

МИНИСТЕРСТВО СПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ «ЦЕНТР СПОРТИВНОЙ ПОДГОТОВКИ
СБОРНЫХ КОМАНД РОССИИ»

АНАЛИТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ФГБУ «ЦЕНТРА СПОРТИВНОЙ
ПОДГОТОВКИ СБОРНЫХ КОМАНД РОССИИ»

Для ограниченного пользования

Выпуск 1

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В БОБСЛЕЕ

Обзор материалов зарубежных исследований

Рекомендовано к изданию методической комиссией
при Экспертном совете по вопросам организации
подготовки и участия спортивных сборных команд
Российской Федерации в Олимпийских играх
Минспорта Российской Федерации



ТВТ Дивизион
Москва 2012

Материалы исследований подготовлены на основании материалов НИИР, выполненных Кубанским государственным Университетом физической культуры, спорта и туризма и научно-исследовательским институтом проблем физической культуры и спорта КГУФКСТ в соответствии с планом научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ Минспорта России на 2012 год

*Редакционная коллегия ФГБУ «Центр спортивной
подготовки сборных команд России»:*

А.М. Кравцов (главный редактор), А.Г. Абалян,
С.П. Евсеев, Е.Б. Мякинченко, Т.Г. Фомиченко,
С.Л. Хоронюк, М.П. Шестаков (зам. главного редактора),
Ю.Н. Шилин (ответственный секретарь)

Современные технологии в бобслее: Обзор материалов зарубежных исследований. Выпуск 1. – М.: ТВТ Дивизион, 2012. – с. 128. 

ISBN 978-5-98724-

В материалах исследования дается поэтапное описание разработки и применения различных модификаций вычислительной модели Frictional Algorithm using Skate Thermo-Hydrodynamics (F.A.S.T. – алгоритм расчета трения с учетом термогидродинамики лезвий) в области бобслея, проводится сравнение между результатами, полученными с помощью вычислительной модели и во время реальных заездов бобслеистов на трассе.

Наряду с этим в работе также описан процесс разработки наиболее эффективных конструкций полозьев бобслейных саней с учетом различных температур и особенностей ледяного покрытия санно-бобслейных трасс.

Сборник материалов исследований предназначен для тренеров и спортсменов сборных команд, а также специалистов различных научных направлений, принимающих участие в разработке современных технологий для проектирования оборудования в бобслее.

УДК

ISBN 978-5-98724-

© Минспорта России, 2012
© Оформление, ТВТ Дивизион, 2012

ГЛАВА 1. КРАТКИЙ ОБЗОР ОСНОВНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В БОБСЛЕЕ.....	4
ГЛАВА 2. АНАЛИЗ ОБОРУДОВАНИЯ.....	11
ГЛАВА 3. АНАЛИЗ ТВЕРДОСТИ ЛЬДА.....	26
ГЛАВА 4. МОДЕЛЬ F.A.S.T.....	43
ГЛАВА 5. ЭКСПЕРИМЕНТЫ С СИЛОЙ ТРЕНИЯ ЛЬДА.....	76
ГЛАВА 6. ОБОБЩЕНИЕ ПРОВЕДЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ.....	98

ГЛАВА 1. КРАТКИЙ ОБЗОР ОСНОВНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В БОБСЛЕЕ

Становление бобслея как вида спорта началось в курортном городке Санкт-Мориц, Швейцария. В конце 1800-х годов британские туристы использовали деревянные сани для спуска вниз по горным дорогам. Впоследствии они начали соединять сани друг с другом, образуя шарнирно-сочленённые сани, которыми можно было управлять.

Первый прототип санно-бобслейной трассы был создан в 1870 г. в целях обеспечения безопасности движения пешеходов по дороге, а в 1884 году были проведены первые соревнования по бобслею.

Вплоть до наших дней в Санкт-Морице ежегодно строят трассу из ледяных блоков. *Это единственная санно-бобслейная трасса в мире, которая создается из естественного льда.* Все остальные санно-бобслейные трассы имеют искусственно охлаждаемое бетонное основание.

Бобслей является олимпийским видом спорта, соревнования в котором проводятся в трех классах: женские двухместные экипажи, мужские двухместные экипажи и мужские четырехместные экипажи.

В настоящее время бобслей рассматривается как своего рода Формула 1 среди зимних олимпийских видов спорта. Бобслейный заезд состоит из двух главных этапов:

1. Первый 50-метровый стартовый отрезок, на протяжении которого спортсмены разгоняют сани до скорости примерно 40 км/ч.
2. Спуск, во время которого пилот управляет санями при движении по остальной части ледовой трассы (1200-1700 м). Трасса представляет собой огромный ледяной желоб, напоминающий большую водяную горку, покрытую льдом.

Сани

Современные бобслейные сани мирового класса изготавливаются фирмами-производителями гоночных автомобилей и имеют четыре

стальных полоза, которые подвергаются высокой степени полировки для обеспечения как можно более низкого трения при контакте со льдом.

На рис. 1 можно видеть мужской двухместный экипаж во время тренировки.

Пилот – это спортсмен, который занимает переднее сидение и управляет санями.

Разгоняющий или **тормозящий** скрывается позади пилота, принимая наиболее эффективную с точки зрения аэродинамики позу.

Корпус саней аэродинамической формы называется **обтекателем**, а расположенные под санями четыре стальных лезвия – **полозьями**.

Полозья – это единственный компонент саней, который контактирует с ледовой поверхностью в условиях нормального скольжения.

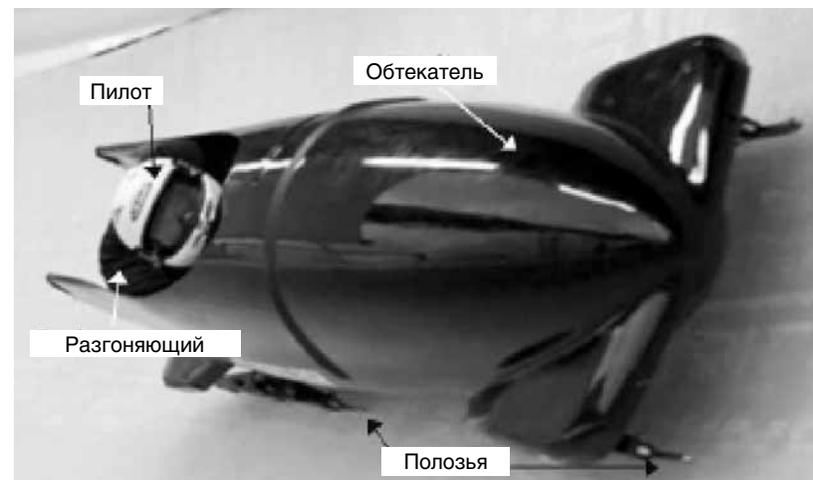


Рисунок 1. Фото мужского боба-двойки с пилотом (автором данной диссертации) и разгоняющим. Снято во время тренировки в Уистлере, Британская Колумбия, Канада, в 2008 году

Основные физические характеристики в бобслее

В настоящей работе рассматривается одна из наиболее типичных ситуаций, когда сани движутся вниз по прямому участку трассы с постоянным наклоном.

В то время как анализ движения боба на поворотах может оказаться очень сложной задачей, исследование его движения на прямом участке трассы с постоянным углом наклона эквивалентно изучению движения объекта по наклонной плоскости.

Данная ситуация проиллюстрирована на рис. 2.

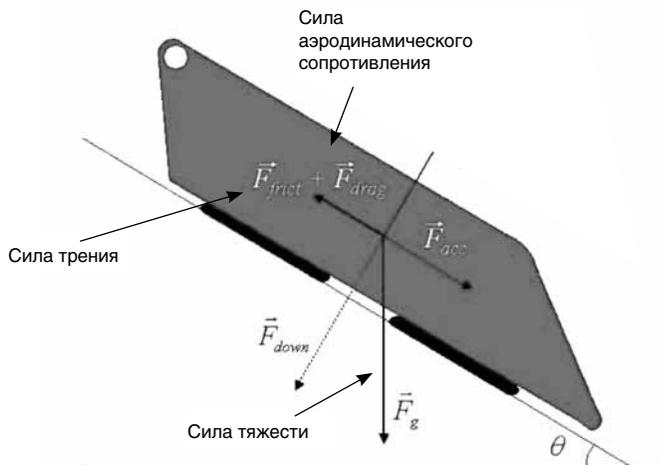


Рисунок 2. Диаграмма сил, действующих на боб, движущийся по прямому участку трассы с постоянным углом наклона, θ

Ограничив выполняемый нами анализ только этими условиями, мы имеем дело со сравнительно простой физической системой. При этом на сани действуют четыре силы (сплошные стрелки): аэродинамического сопротивления, трения, тяжести и нормальной реакции опоры (льда).

Сила тяжести может подразделяться на составляющие (пунктирные стрелки). Направленная вниз составляющая силы тяжести (F_{down}), действующая перпендикулярно ледовой поверхности, нейтрализуется нормальной силой, в то время как составляющая силы тяжести, направленная параллельно поверхности льда (F_{acc}), ускоряет движение саней вниз по трассе.

Действующая на сани результирующая сила характеризуется уравнением 1.1:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m \vec{a} = \vec{F}_g \sin \theta - \vec{F}_{\text{frict}} - \vec{F}_{\text{drag}} \quad (1.1)$$

В настоящей работе автор анализирует силу трения между полозьями боба и льдом, а также силу аэродинамического сопротивления в пределах вышеуказанной физической системы.

История канадского бобслея

Впервые канадская олимпийская команда выиграла золотую медаль в соревнованиях по бобслею среди четырехместных экипажей в 1964 году.

После того как эти спортсмены завершили свою карьеру, канадские бобслеисты не показывали высоких результатов вплоть до 1988 года. После проведения олимпийских игр 1988 года в Калгари Канада получила свою собственную санно-бобслейную трассу и тем самым возможность проводить тренировки большего количества спортсменов.

В 1990-е годы канадская команда по бобслею добилась значительных успехов, кульминацией которых послужила золотая медаль в заезде мужской двойки на олимпийских играх 1998 года.

В то время тренером команды был великий швейцарский бобслеист и конструктор бобслейных саней Ганс Хильтибранд (Hans Hiltibrand). Сразу же после этой победы Хильтибранд оставил свой пост.

Со времени его отъезда канадская команда продолжала добиваться выдающихся результатов как в бобслее, так и в скелетоне. Однако канадские конструкторы постоянно отставали от других стран в производстве высококачественного оборудования для бобслея.

Мотивация

Исследования в области бобслея, как и в других видах спорта, обычно проводятся лицами или организациями, стремящимися к достижению преимуществ над своими конкурентами. По этой причине большинство работ в этой области носит секретный характер. Эти работы не подвергаются открытому обсуждению и экспертной оценке, и их результаты не публикуются в периодических изданиях. Это сильно затрудняет накопление знаний по данному виду спорта.

В Канаде работает только один конструктор бобслейных саней — Дейв Хьюджилл (Dave Hugill), а Пьер Люедер (Pierre Lueders) вместе с машиностроительной компанией Stamco, базирующейся в г. Эдмонтоне, в течение последнего десятилетия остаются единственными признанными изготовителями бобслейных полозьев в стране.

Наши лучшие бобслеисты на протяжении своей спортивной карьеры накапливают значительный объем знаний о санно-бобслейных

трассах и оборудовании. Однако эти знания часто утрачиваются после их ухода из большого спорта.

Бобслеисты уже давно осознали тот факт, что качество полозьев их саней оказывает значительное влияние на общую результативность в этом виде спорта.

Канадские спортсмены расходуют ежегодно тысячи долларов на приобретение полозьев и/или саней из Европы в надежде на улучшение показываемых ими результатов.

Большую часть разработок в области бобслея можно скорее отнести к искусству, чем к науке. Спортсмены пытаются копировать оборудование, которое успешно функционирует, не понимая причин данного успеха, поскольку вся эта информация тщательно охраняется как объект коммерческой тайны.

Новые правила [3], введенные после олимпийских игр 2006 года, ограничивают материал для изготовления полозьев одной только стандартизированной сталью и запрещают нанесение покрытия или обработку данных полозьев.

Это значительно сузило возможности для оказания влияния на результативность путем улучшения качества полозьев. Данные ограничения вызвали необходимость обратить внимание на изучение трения льда.

В настоящее время в качестве главной переменной, влияющей на результативность в бобслее, выступает профиль или контур полоза.

В связи с этим было принято решение сконцентрировать усилия на разработке модели вычислительных операций для расчета силы трения между полозьями и льдом.

Основная цель настоящей работы состояла в исследовании взаимозависимости между профилем бобслейного полоза и фрикционными характеристиками льда при различных скоростях саней и температурах поверхности льда.

Достижению этой цели способствовало выдвижению целого ряда инициатив в области вычислительной, теоретической и экспериментальной физики, которые будут изложены в последующих главах данной работы.

Предпосылки

Несмотря на то, что большинство исследований в области бобслея представляют собой объект коммерческой тайны, существует значительное количество публикаций по другим видам спорта, которые могут быть использованы в нашей работе.

Так, например, Балакин и соавторы (Balakin et al. [4, 5]) исследовали динамику движения саней в тобогане – санном спорте, в котором спортсмены выполняют спуск, лежа на спине ногами вперед.

В их исследовании коэффициент трения определялся с помощью действующей на трассе внутренней системы измерения времени. Он составил от 0,0133 до 0,015. Впоследствии Fauve and Rhyner [6] оптимизировали характеристики полозьев тобогана.

Bromley [7] исследовал факторы, влияющие на результативность в скелетоне. В фокусе внимания данного исследователя находились конструкция и управление санями. В этом виде спорта спортсмены осуществляют спуск головой вперед в положении лежа на животе.

Ранее также проводились исследования влияния на результативность параметров физического развития спортсменов [8, 9] в целях определения идеального типа тела, который должен учитываться при отборе будущих скелетонистов.

Дополнительная информация для использования в данной работе была получена из исследований взаимодействия лезвий конькобежных коньков со льдом [10, 11, 12]; однако динамика контакта лезвий с ледовой поверхностью во всех этих видах спорта отличается от бобслея. Поэтому на основании результатов вышеуказанных исследований нельзя судить о влиянии профиля полозьев бобслейных саней на фрикционные характеристики льда.

Факторы, влияющие на результативность в бобслее, изучались Baumann [13]. Данный автор не проводил детального исследования трения льда, а только попытался определить влияние снижения трения льда на результативность заездов.

Имеется целый ряд работ, посвященных изучению аэродинамических свойств бобслейных саней с применением численного моделирования и моделей саней, движущихся в аэродинамической трубе [14, 15, 16, 17, 18, 19].

Эти работы способствовали оптимизации аэродинамических характеристик саней, конструируемых на протяжении последних лет. Проводились также исследования движения бобслейных саней, спускающихся вниз по трассе [20, 21, 22], и был разработан соответствующий тренажер [23].

Модель вычислительных операций, подобная той, которая лежит в основе данного тренажера, используется при создании новых санно-бобслейных трасс для определения максимальных скоростей, которые могут быть достигнуты участниками соревнований.

Однако при этом также не проводилось подробного исследования трения льда, а оценивалось только его влияние на скорость и тем самым на траекторию движения саней.

Для улучшения конструкции и технических характеристик бобслейных саней применялось также моделирование динамики систем многих тел [24, 25].

Данная работа позволяет оценить возможности дальнейшей оптимизации отдельных составных частей боба. Подобной оптимизации трудно достичь при проведении исследований на санно-бобслейной трассе по причине ограниченного количества заездов, не позволяющего осуществлять эффективный сбор данных, противоречивости получаемых результатов, связанной с различиями в манере вождения саней между пилотами, а также различиями в метеорологических условиях и состоянии поверхности льда.

Была также разработана телеметрическая система для применения в области бобслея [26], и исследовано трение льда при движении на низких скоростях [27].

В последнем исследовании коэффициент трения полозьев определялся в ходе наблюдений торможения саней на плоском льду. При этом коэффициент трения варьировал в пределах от 0,006 до 0,012.

Были исследованы три типа стали, использованных для изготовления полозьев, при температурах поверхности льда в диапазоне от -1 до -10°C.

Однако в данной статье не были приведены подробности подготовки полозьев, и не был указан точный профиль полозьев.

Трению льда посвящены многочисленные исследования в области трибологии.

При этом чаще всего применялись объекты в виде вращающихся колец [28, 29, 30] или иглы на вращающейся поверхности льда [31, 32, 33]. Evans et al. [34] измеряли трение льда, помещая изогнутые лезвия коньков на вращающийся барабан.

Результаты всех этих исследований представляют значительный интерес и могут многое рассказать нам о трении льда. Однако изучаемая в них динамика контакта между объектом и льдом значительно отличается от динамики контакта в бобслее.

Для определения влияния профиля бобслейного полоза на трение льда необходимо исследовать взаимодействие между реальными полозьями бобслейных саней и льдом.

Автор данной работы исследовал трение льда в бобслее на основе модели вычислительных операций, позволяющей рассчитать коэффициент трения между лезвием и льдом (модель F.A.S.T. или алгоритм расчета трения с учетом термогидродинамики лезвий [12]).

Предварительные результаты, полученные в процессе применения данной модели, позволяют предположить, что твердость льда оказывает значительное влияние на трение.

В связи с этим исследование твердости льда было включено в качестве дополнительного проекта в план настоящих исследований.

Твердость материала определяется как его сопротивление остаточной деформации [35]. *Существует три главных метода измерения твердости: твёрдость на царапание (склерометрическая твёрдость), твёрдость при вдавливании индентора при статической нагрузке (индентометрическая твёрдость) и динамическая твёрдость.*

Для оценки склерометрической твердости применяется шкала твердости по Моосу, разработанная в 1812 году, в основе которой лежит способность более твердого материала к царапанию более мягкого. В склерометре Тернера, который был изобретен в 1896 году, для измерения используется утяжелённый алмаз, перемещающийся вперёд-назад по ровной поверхности измеряемого материала. Твёрдость определяется по весу груза на алмазе, требуемого для создания стандартной царапины на материале.

Стандартной царапиной в данном случае считается видимая невооружённым глазом тёмная линия на яркой поверхности. *Для определения индентометрической твёрдости* к материалу прилагается сила определенной величины посредством индентора, и образующаяся при этом лунка используется для расчета твердости льда.

Данные индентометрические измерения чаще всего применяются для определения твёрдости. В качестве примеров можно привести методы Бринелля, Виккерса, Кнупа и Роквелла.

Форма индентора и/или прилагаемое давление варьирует в данных четырех методах. Использование той или иной комбинации этих параметров рекомендуется для реализации специфических целей. В ходе динамического тестирования применяется свободное падение индентора, и производимая при этом кинетическая энергия вызывает деформацию поверхности материала. Твердость материала может определяться путем измерения высоты отскока индентора и/или объема лунки, оставляемой на поверхности материала.

Твердость льда часто изучалась как медленный процесс посредством оценки его пластической деформации [35, 36, 37, 38, 1, 39, 40, 41]. Она также исследовалась путем определения интенсивности растрескивания льда [35, 42, 43, 41].

Jordaan and Timco [44] изучали процесс дробления льда. *Измерения динамической твердости льда* выполнялись при использовании лабораторного льда малого размера [1], лабораторного льда более крупного размера [2] и айсбергов [45].

Данные измерения проводились при применении давления в пределах от 10 до 65 МПа при температуре -12°C , что позволяет предположить существование зависимости между твердостью льда и его свойствами.

Лед со спортивных объектов значительно отличается от льда, используемого в вышеуказанных исследованиях. Основными характеристиками льда спортивных объектов является толщина приблизительно 25 мм, искусственное охлаждение от бетонного основания, а также регулярная очистка и заливка водой для обеспечения постоянной гладкой поверхности.

ГЛАВА 2. АНАЛИЗ ОБОРУДОВАНИЯ

Первая задача данной главы заключалась в сборе данных по профилям (контурам) полозьев боба для включения в модель F.A.S.T. (Frictional Algorithm using Skate Thermo-Hydrodynamics – алгоритм расчета трения с учетом термогидродинамики полозьев).

Вторая задача состояла в получении как можно большего количества информации о профилях полозьев саней для создания их новой конструкции для канадских бобслеистов. *Третьей задачей* была разработка на основе полученной информации технических средств и методов мониторинга профилей полозьев в целях оптимизации эксплуатационных качеств оборудования.

Будучи бобслеистом, автор имел возможность изучить конструкцию целого ряда бобслейных полозьев из коллекций Канадского бобслейного клуба Foothills и Национальной федерации бобслея и скелетона Канады. Им был сконструирован комплект полозьев для мужского боба-двойки при сотрудничестве с Канадским бобслейным клубом Foothills.

На первом этапе было необходимо определить эффективный способ получения информации о профилях полозьев для бобслейных саней. Традиционный метод получения данной информации предусматривает доставку полозьев в механический цех и выполнение оцифровки их профиля. Оборудование, применяемое при данных измерениях, является очень громоздким и дорогостоящим.

В конькобежном спорте для определения профилей лезвий коньков обычно пользуются ручными измерителями изгибов лезвия конька. Данный измерительный прибор состоит из двух карбидных иглолок, расположенных на фиксированном расстоянии друг от друга, и микрометра в центре между ними. Микрометр позволяет оценить среднее искривление по всей ширине измерителя.

В данной главе автор рассматривает различия между результатами непосредственных измерений профиля и данными вышеуказанного измерительного прибора, а также различную информацию, которая может быть получена на основе исследования профиля.

В связи с различиями между профилями конькобежных коньков и бобслейных полозьев нельзя утверждать, что измеритель изгибов лезвия конька позволяет осуществлять адекватные измерения профилей полозьев бобслейных саней.

На основе оцифрованных данных по профилям полозьев автором работы была выполнена цифровая оптимизация ширины измерителя изгибов для применения в хоккее, скоростном беге на коньках на короткой и длинной дорожках и бобслее [46].

Следующая часть главы взята из статьи, опубликованной в журнале «Sports Engineering» в 2009 г. [46], где описывается анализ оцифрованных данных по профилям различных лезвий, а так же из статьи «Оптимизация размеров ручного измерителя изгибов лезвий коньков и полозьев бобслейных саней» («Optimization of handheld gauge sizes for rocker measurements of skate blades and bobsleigh runners» авторы: Louis Poirier, Sean Maw, Darren Stefanyshyn, Robert I. Thompson). Описанные в статьях проекты были предложены и в основном реализованы автором данной работы.

Анализ профилей (контуров) полозьев

Цель оптимизации (модификации) вышеупомянутого измерителя изгибов заключалась в его применении для анализа профилей различных применяемых в бобслее полозьев.

Существует несколько разных способов рассмотрения профиля полоза. В данном разделе автор исследовал профили лезвий одного из коньков для скоростного бега на длинной дорожке, и одного из полозьев для боба-четверки с применением различных методов. Этот материал может послужить иллюстрацией разных способов исследования лезвий коньков или полозьев, а также различий между профилями конькобежных коньков и бобслейных полозьев.

В первом примере анализировались данные, полученные в результате прямого измерения профиля. Это были показатели высоты лезвия во всех измеряемых позициях, распределенных по длине лезвия. Были исследованы примеры подобных измерений для лезвий конька, применяемого в конькобежном спорте на длинной дорожке (рис. 3), и полоза боба (рис. 4).

Несмотря на различные масштабы по вертикальной и горизонтальной оси, очень сложно извлечь значимую информацию на основании графического изображения данного типа. Здесь определенно можно видеть различия между лезвиями боба и конькобежного конь-

ка, но на основании данных цифр трудно получить количественную информацию. Тренированный глаз может наблюдать относительно постоянный изгиб лезвия конькобежного конька, и можно оценить его средний показатель для всего лезвия. Что касается полоза боба, то опытный глаз сможет различить довольно большой изгиб в центре лезвия $|z| < 200$ мм, который, однако, значительно уменьшается в передней и задней частях полоза. Бобслейный полоз более чем в два раза длиннее лезвия конька и отличается большей степенью вариации высоты рабочей поверхности. Однако если взять только среднюю часть полоза с $|z| < 200$ мм, различия в изгибе не будут так ярко выражены.

Эта часть полоза гораздо больше, чем длина контакта полоза с поверхностью льда [52]. Следовательно, только эта часть имеет значение при рассмотрении данного типа контакта. Этот отрезок полоза изображен на рис. 5. Обследовав данное увеличенное изображение, мы можем сделать вывод, что изгиб бобслейного полоза почти в два раза превышает изгиб лезвия конька и отличается меньшей симметричностью. Эту асимметрию трудно количественно оценить на основе данных профилей.

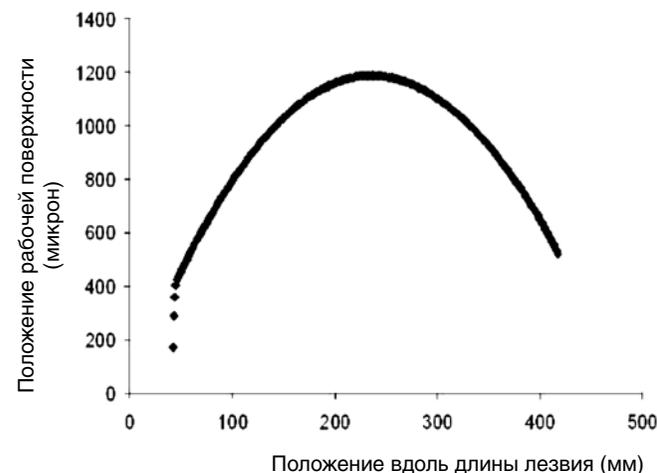


Рисунок 3. Профиль лезвия конька для скоростного бега по длинной дорожке (прямое измерение)

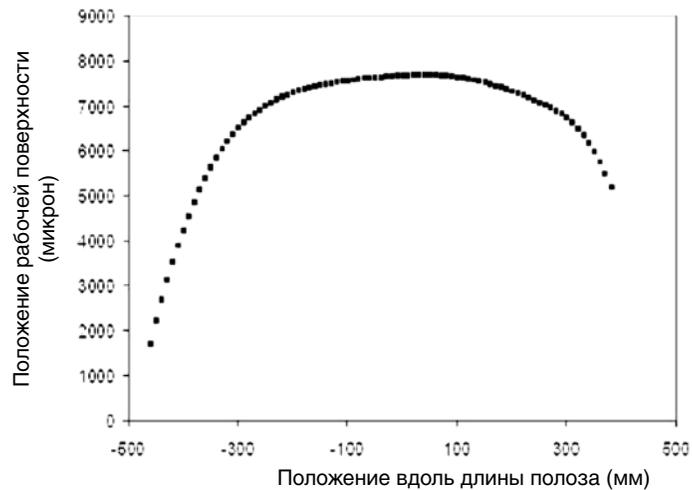


Рисунок 4. Профиль заднего полоза мужского боба-четверки (прямое измерение)

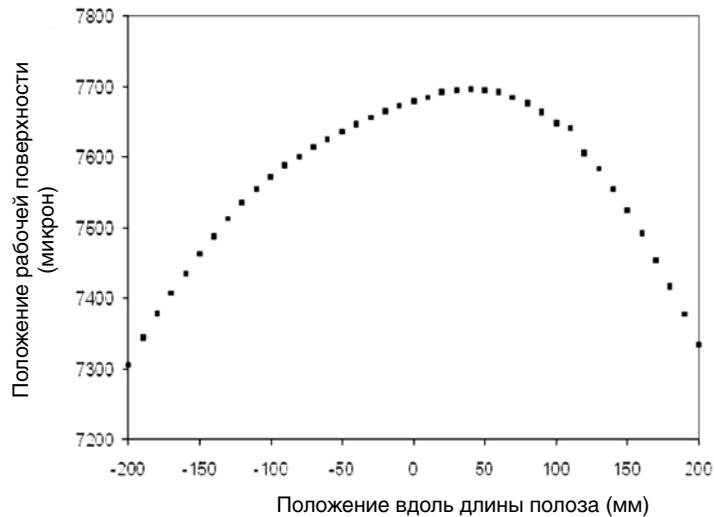


Рисунок 5. Увеличенное изображение профиля заднего полоза мужского боба-четверки (прямое измерение)

Далее был выполнен анализ поверхности тех же самых лезвий с применением данных, полученных с помощью измерителя изгибов. Данный подход обеспечивает количественное определение изменений в изгибе по всей длине лезвия. Полученные с помощью измерителя данные позволяют выполнить оценку кривизны лезвия.

Примеры данной оценки также приведены для лезвия конька, используемого в скоростном беге по длинной дорожке (рис. 6) и полоза боба (рис. 7). Анализ данных измерителя позволяет извлечь большой объем информации, которую невозможно было получить путем рассмотрения данных прямых измерений профилей лезвий. Например, в связи с тем, что данные измерителя для лезвия конька отличаются более высокой согласованностью, можно видеть, что лезвие имеет немного более плоский профиль, о чем свидетельствуют более низкие показатели измерителя изгиба ($z = 300$ мм).

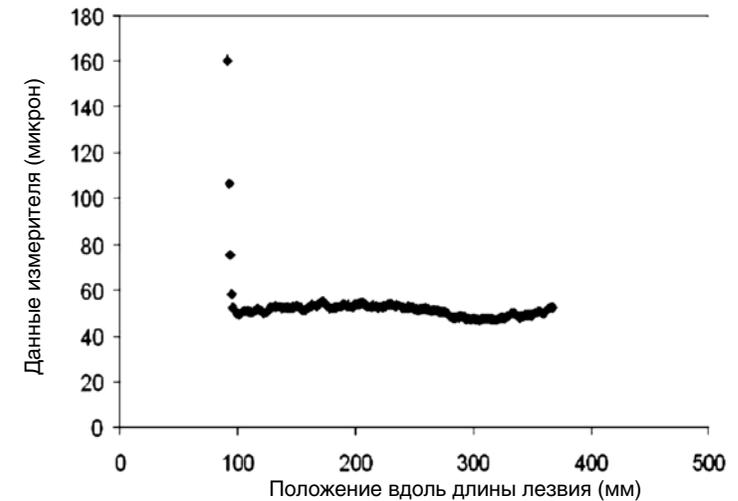


Рисунок 6. Данные, рассчитанные на основе показателей измерителя, полученных в ходе измерений профиля лезвия конька для скоростного бега по длинной дорожке

Что касается полоза боба, можно наблюдать варьирование изгиба по всей длине полоза, включая значимое увеличение изгиба, на которое указывает уменьшение показателей измерителя ниже вели-

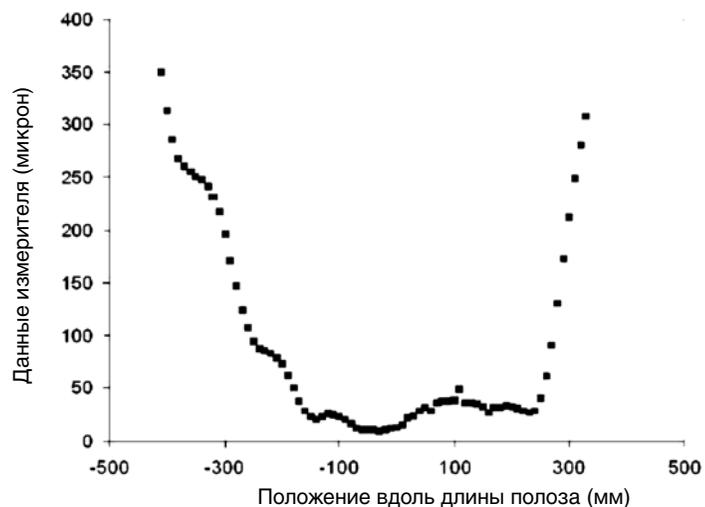


Рисунок 7. Данные, рассчитанные на основе показателей измерителя, полученных в ходе измерений профиля заднего полоза мужского боба-четверки

чины $|z| < 200$ мм, зарегистрированной нами при выполнении прямого измерения (рис. 4). Также можно видеть необычайно плоский профиль лезвия на отрезке между -100 и 20 мм, равно как и значительные измерения изгиба в передней и задней частях каждого лезвия.

Третий метод исследования лезвий заключается в построении графика изгиба как функции положения вдоль лезвия. Как и данные измерителя, расчетные данные по изгибу позволяют оценить кривизну лезвия. Соотношение между показателями измерителя и величиной изгиба определяется с помощью уравнения 1.3. Учитывая, что $a^2 \gg g^2$, соотношение между данными измерителя и величиной изгиба может быть упрощено до уравнения 2.9.

$$R(z) = \frac{\alpha^2}{2g(z)} \quad (2.9)$$

В основном расчетные показатели по изгибу отличаются более высокой чувствительностью к вариациям профиля полоза по сравнению с данными измерителя. В то время как эта дополнительная чувствительность метода может служить дополнительным преимуществом, в некоторых случаях данная информация может оказаться

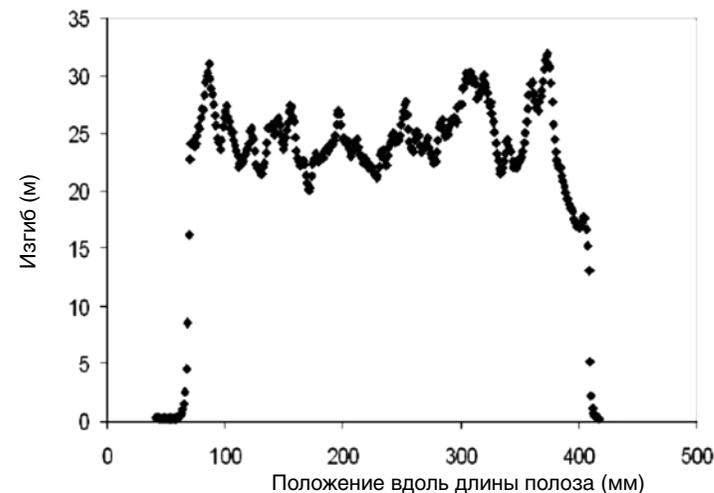


Рисунок 8. Расчетные данные по изгибу, полученные на основе результатов измерений профиля лезвия конька для скоростного бега по длинной дорожке

излишней. Ее можно интерпретировать как своего рода «шумовой эффект». Расчетные данные по изгибу проиллюстрированы на рис. 8 (для конька для скоростного бега по длинной дорожке) и на рис. 9 (для полоза боба).

Хотя как данные измерителя, так и расчетные данные по изгибу служат отражением кривизны лезвия, становится понятным, что разные графические изображения предлагают разную перспективу. Исследуя рис. 8, можно отметить, что изгиб проявляет гораздо более высокую чувствительность к более мелким вариациям, проявляющимся вдоль длины лезвия. Однако благодаря вышеуказанному «шумовому эффекту», здесь более сложно распознать повышенный изгиб ($z = 300$ мм), который мы наблюдали на рис.6.

С другой стороны, проанализировав данные по изгибу лезвия конька для скоростного бега по длинной дорожке, можно видеть изменения изгиба в передней части лезвия. На рис. 6 данные измерителя быстро теряются при достижении отметки около 370 мм. Это может служить иллюстрацией того, что расчетные данные по изгибу более чувствительны к вариациям при более высоких величинах изгиба по сравнению с показателями измерителя, но в то же время

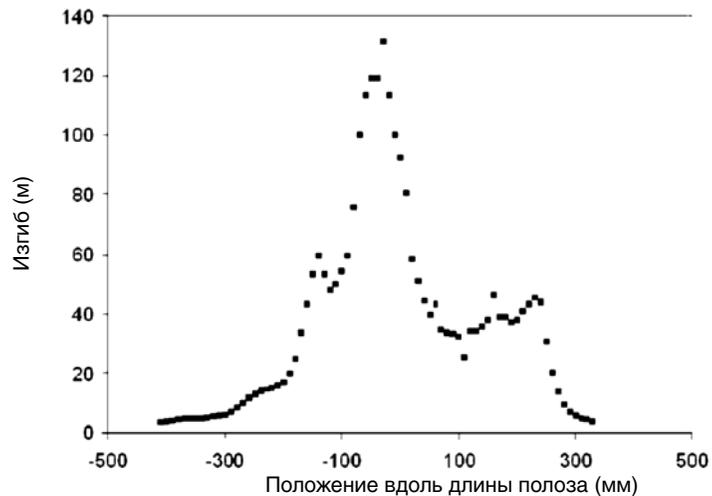


Рисунок 9. Расчетные данные по изгибу, полученные на основе результатов измерений профиля заднего полоза мужского боба-четверки

менее чувствительны при малых величинах изгиба. Поскольку в скоростном беге на коньках спортсмены осуществляют постоянный мониторинг своих лезвий, данные по профилю их коньков по всей длине лезвия отличаются более высокой состоятельностью.

При исследовании профилей бобслейных полозьев обычно получают более противоречивые данные. По этой причине при исследовании бобслейных полозьев более высокая эффективность анализа достигается при использовании данных измерителя.

Эти данные носят менее случайный характер и обеспечивают более простую процедуру попарного сравнения полозьев со сходными профилями.

При использовании показателей измерителя для воспроизведения профиля получаем эффект действия фильтра нижних частот.

При этом, чем большим количеством данных мы располагаем, тем более эффективным будет результат; однако в определенный момент можно наблюдать уменьшение стабильности получаемых данных. Как показано на рис. 10, проводились замеры каждые 5 мм вдоль всей длины полоза в целях определения оптимальной пространственной частоты измерений, выполняемых посредством измерителя. Если

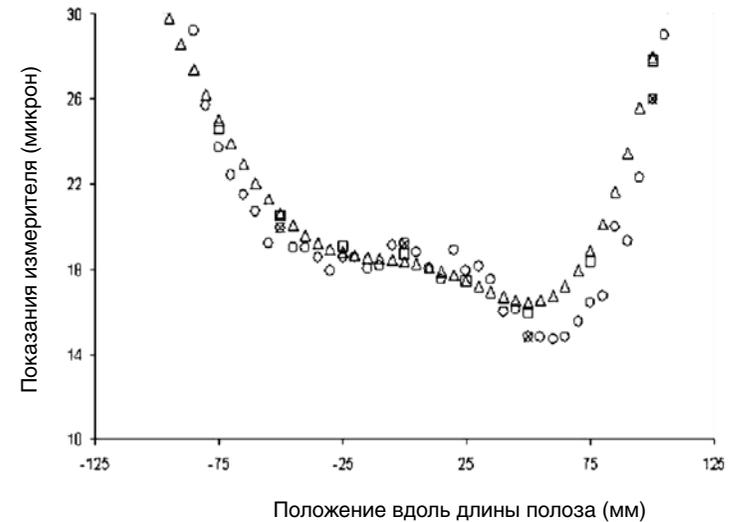


Рисунок 10. Показатели измерительного прибора для одного из передних полозьев мужского боба-двойки (кружки). Профиль полоза и соответствующие данные измерителя были рассчитаны путем отбора данных при выполнении замеров через каждые 5 мм (треугольники), 25 мм (квадраты) и 50 мм (кружки с крестиками)

допустить, что сбор данных через каждые 5 мм является идеальным, можно видеть, что воспроизведение данных, отбираемых через каждые 50 мм, будет иметь более высокую степень вариации. Однако воспроизведение показателей, отбираемых через каждые 25 мм в основном эквивалентно воспроизведению данных на каждых 5 мм. Это позволяет предположить, что нет необходимости выполнять замеры чаще, чем через каждые 25 мм.

Половинная ширина измерителя составляет 50 мм. В целях упрощения алгоритма реконструкции автор использовал целочисленные значения для участков данного расстояния.

Обзор оборудования

В данном разделе рассмотрен ряд различных профилей бобслейных полозьев и различия между ними. Прежде всего, проиллюстрируем, какие различия можно наблюдать между полозьями, даже если

предполагается, что они должны быть одинаковыми. В связи с тем, что бобслеисты не осуществляют постоянный мониторинг состояния профилей полозьев саней, профили со временем могут изменяться. Причиной данных изменений может служить движение саней по не очищенной от сора или осколков льда трассе или полировка полозьев во время регулярного технического обслуживания. На рис. 11 показан комплект полозьев, которые использовались в течение многих лет.

В данном разделе рассмотрим только передние полозья. Профили задних полозьев отличаются большим сходством с передними полозьями за исключением их большей длины, в результате чего резкое увеличение показателей измерителя в передней и задней части полоза возникает на большем расстоянии от его центра. Если считать, что изображенные на рис. 11 профили первоначально были идентичны, то с годами они претерпели изменения и больше не являются одинаковыми. Несмотря на существенные различия между четырьмя полозьями, большинство показателей измерителя в центре их лезвий находится в пределах от 25 до 50 микронов. В связи с тем, что здесь

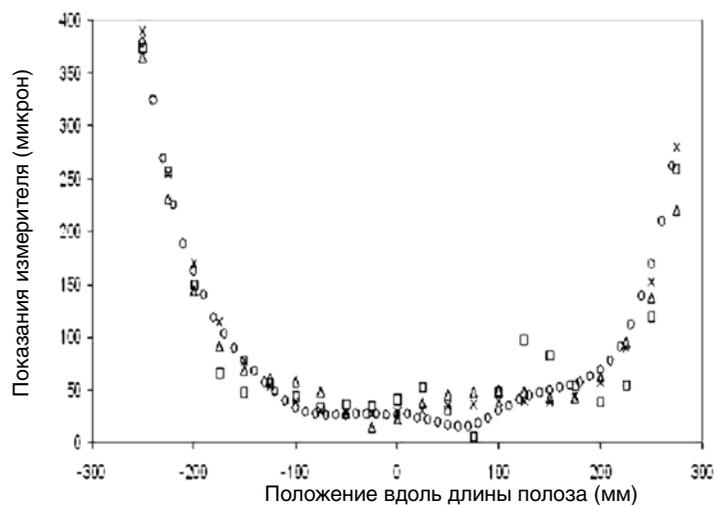


Рисунок 11. Показания измерителя для двух отдельных комплектов передних полозьев для мужского боба-двойки, сконструированных DSG (первый комплект: правая часть — крестики, левая часть — кружки; второй комплект: правая часть — квадратики, левая часть — треугольники)

рассмотрен старый комплект полозьев, то их исследование можно рассматривать в качестве предельного случая различий между полозьями, которые должны были быть одинаковыми.

Одним из примеров комплекта полозьев с малым изгибом может служить комплект полозьев фирмы Gesuito, которые были воспроизведены Национальной федерацией Канады по бобслею и скелетону в 2009. Их профиль показан на рис. 12. Данные измерителя в этом случае составляют минимум ~45 микронов. Примером комплекта полозьев с большим изгибом может служить комплект полозьев фирмы LG, изображенный на рис. 13.

В данном случае показатели измерителя достигали минимум ~20 микронов, если проигнорировать одно плоское место. По причине того, что полозья, показанные на рис. 12 и 13, использовались меньше времени, чем полозья, изображенные на рис. 11, различия между квадратиками и треугольниками в этих двух примерах являются более типичными для различий в профилях, наблюдаемых между предположительно идентичными полозьями.

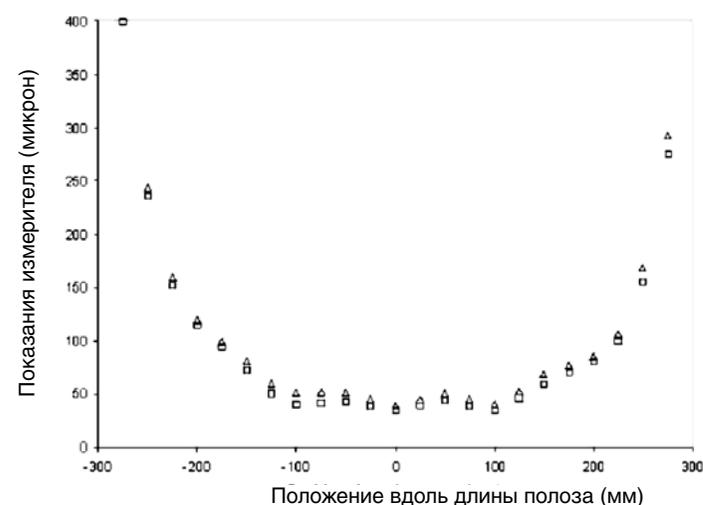


Рисунок 12. Показания измерителя для комплекта передних полозьев Gesuito 09 для мужского боба-двойки, разработанных Федерацией бобслея и скелетона; правая часть — квадратики, левая часть — треугольники

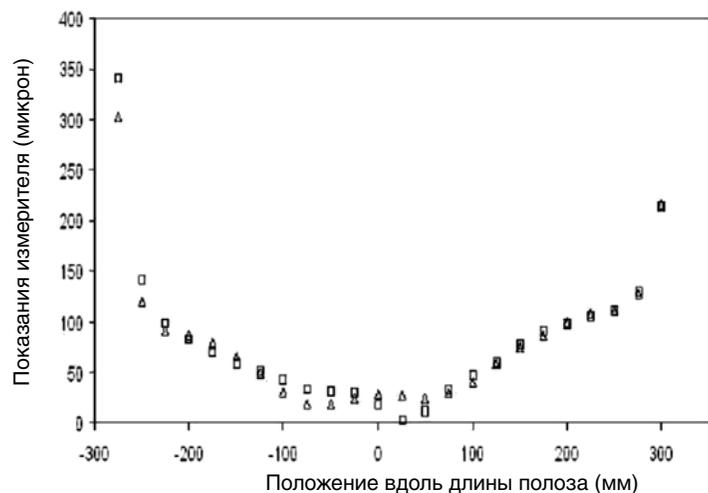


Рисунок 13. Показания измерителя для комплекта передних полозьев для мужского боба-двойки фирмы LG, правая часть – квадратики, левая часть – треугольники

Проект по разработке полозьев для бобслейных саней

В начале проводимого автором исследования профилей бобслейных полозьев сотрудники канадского бобслейного клуба Foothills попросили его сконструировать для них профиль полоза для мужского боба-двойки, который они могли бы использовать для изготовления нового комплекта полозьев. К тому времени автором было принято решение положить в основу разрабатываемых им полозьев два комплекта полозьев для мужского боба-двойки фирмы DSG. Эти полозья не самого высокого качества, однако их использование способствовало достижению отличных результатов на разных этапах соревнований за обладание кубками Европы и Америки.

В целях создания профиля полоза на основе имеющихся в наличии данных автор разделил полоз на три сегмента. Центральный сегмент отличался постоянным изгибом, в то время как для переднего и заднего сегментов было характерно квадратичное увеличение показаний измерителя. Автор считает, что данная модель в наибольшей степени соответствует результатам экспериментальных измерений. Для построения модели был использован метод

наименьших квадратов. На рис. 14 отражено соответствие разработанного профиля экспериментальным данным, полученным с помощью измерительного прибора.

Аналогичный анализ одновременно проводился для задних полозьев, и данные, полученные на основе показаний измерителя, были использованы для разработки профиля полоза. При разработке профиля полоза на основе данных измерителя применялся такой же процесс, как и при реконструкции лезвия в целях оптимизации измерителя.

В качестве применяемых автором двух входных данных показатели высоты лезвия на уровне отверстий полоза были установлены на нулевую отметку, которая находилась на расстоянии 37 мм от контактирующей со льдом поверхности полоза (рис. 15). Цифровой код, использованный для конвертирования данных измерителя для создания профиля полоза, был адаптирован на основе кода, который применялся для оптимизации размера ручного измерителя.

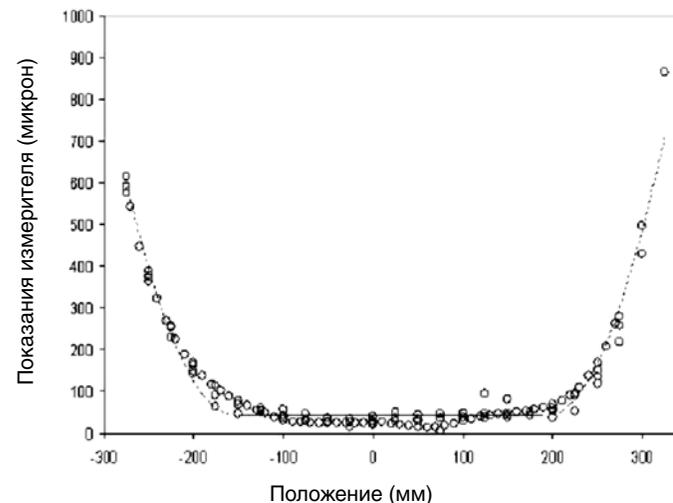


Рисунок 14. Показания измерителя для двух комплектов передних полозьев для мужского боба-двойки фирмы DSG (кружки) и разработанного автором профиля переднего полоза (сплошная линия – центральный сегмент полоза; пунктирная линия – передний и задний сегменты полоза)

Таблица 1

Пять сегментов полоза (в процессе конструирования полозьев каждый из них был разделен по длине на пять сегментов)

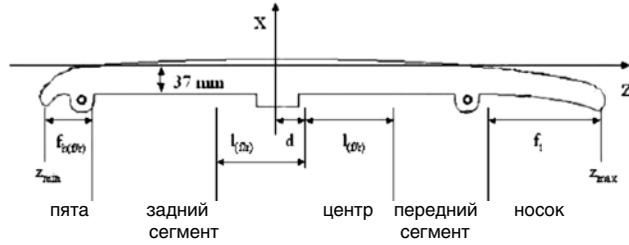


Рисунок 15. Диаграмма пяти сегментов бобслейного полоза относительно вертикальной и горизонтальной оси, которая была использована в проекте по конструированию полоза для мужского боба-двойки

Данные измерителя не охватывали крайних концов в передней и задней частях полоза (носок и пяту), поскольку применяемый автором ручной измеритель изгиба не рассчитан на измерения величин, значительно превышающих 1000 микронов. Поэтому при расчете профилей полозьев потребовалось выполнить экстраполяцию данных для данных сегментов для обеспечения их соответствия правилам и нормативам Международной федерация бобслея и тобоггана (ФИБТ).

Для этого профиль полоза был разделен на два дополнительных сегмента. Пять сегментов полоза охарактеризованы в таблицах 1.3 и 1.4. Буквы f и r обозначают передний и задний сегменты, а t и h – носок и пяту полоза.

Для расчета профиля поверхности вновь сконструированного полоза применялись уравнения 2.10-2.14, в которых координата z обозначается в мм, а $x(z)$ – в микронах.

Уравнения описания профиля поверхности пяты:

$$x(z) = e_0 z - 1/\alpha_0 \cdot \ln |\alpha_0 z + b_0| + e_0 \quad (2.10)$$

заднего сегмента:

$$x(z) = a_1(z + l_{(f/r)} - d)^4 + b_1(z + l_{(f/r)} - d)^2 + c_1(z + l_{(f/r)} - d) + e_1 \quad (2.11)$$

центра:

$$x(z) = a_2(z - d)^2 + b_2(z - d) + e_2 \quad (2.12)$$

Пята	Heel	$z_{\text{max}} < z < z_{\text{max}} + f_t(f/r)$
Задний сегмент	Back	$z_{\text{max}} + f_t(f/r) < z < d - l_{(f/r)}$
Центр	Centre	$d - l_{(f/r)} < z < l_{(f/r)} + d$
Передний сегмент	Front	$l_{(f/r)} + d < z < z_{\text{max}} - f_t$
Носок	Toe	$z_{\text{max}} - f_t < z < z_{\text{max}}$

Таблица 2

Значения ряда параметров, указанных в таблице 1 (на основе этих значений были определены пять сегментов, применяемых в процессе конструирования полоза)

	$l_f = 178 \text{ mm}$	$l_r = 264 \text{ mm}$	$d = 16.7 \text{ mm}$
	$f_t = 150 \text{ mm}$	$f_{tr} = 70 \text{ mm}$	$f_{hr} = 50 \text{ mm}$
передние полозья	front runners:	$z_{\text{max}} = 500 \text{ mm}$	$z_{\text{min}} = -420 \text{ mm}$
задние полозья	rear runners:	$z_{\text{max}} = 604 \text{ mm}$	$z_{\text{min}} = -501 \text{ mm}$

переднего сегмента:

$$x(z) = a_3(z - l_{(f/r)} - d)^4 + b_3(z - l_{(f/r)} - d)^2 + c_3(z - l_{(f/r)} - d) + e_3 \quad (2.13)$$

носка:

$$x(z) = g_3(z - z_{\text{max}} + f_t(f/r))^4 + a_3(z - l_{(f/r)} - d)^4 + b_3(z - l_{(f/r)} - d)^2 + c_3(z - l_{(f/r)} - d) + e_3 \quad (2.14)$$

Значения параметров уравнений 2.10-2.14 представлены в таблице 3.

Некоторые параметры имеют одинаковые значения. В ряде случаев благодаря этому достигалась непрерывность границ профиля, наклона и изгиба. В других случаях эквивалентность значений двух параметров, рассчитанных методом наименьших квадратов, была неопределенной.

В этих случаях значения данных параметров регистрировались как эквивалентные, и процедура решения методом наименьших квадратов выполнялась повторно. Это происходило в случае постоянного изгиба на передних и задних полозьях a_2 , а также при квадратичном росте параметров переднего и заднего сегментов на передних и задних полозьях a_1 ; a_3 .

Профиль полоза характеризует высоту полоза вдоль длины лезвия. Радиус поперечного сечения был установлен на постоянную величину 4,1 мм.

Применение именно этого радиуса, близкого к разрешенному ФИБТ минимуму, представляло собой тогда обычную практику Федерации бобслея и скелетона Канады (Bobsleigh Canada Skeleton – BCS).

В настоящее время ситуация изменилась. Это стало известно из дискуссий с тренерами и персоналом Федерации бобслея и скелетона, а также из результатов измерений полозьев, сконструированных в настоящее время и ранее.

Спортсмены обнаружили, что применение более высокого радиуса поперечного сечения в большинстве случаев способствует достижению более высоких скоростей. В настоящее время считается нормой использовать при разработке полозьев для мужского боба-двойки радиус поперечного сечения от 4,5 до 4,75 мм.

Данный профиль был разработан автором в начале реализации научно-исследовательского проекта. Оглядываясь назад, он констатирует тот факт, что слишком много внимания было посвящено экстраполяции данных измерителя на переднюю и заднюю части полоза – сегменты, которые редко касаются льда. В четвертой главе автор описывает определение производной длины контакта между лезвием и льдом ls . Эта длина зависит от температуры поверхности льда и со-

ставляет примерно 5 см. Это позволяет предположить, что поверхность полоза с $|z| > 150$ мм контактирует со льдом только в тех случаях, когда он имеет расщепленную неровную поверхность или во время входа в вираж и выполнения виража. Это не относится к нормальному скольжению.

В процессе конструирования профиля полоза, используя все показатели измерителя изгибов, данные при $|z| > 150$ мм приводили к получению более высоких показателей измерителя на участке с постоянным изгибом. Если постоянный изгиб устанавливается в соответствии с данными измерителя $|z| < 100$ мм, полз будет более плоским на данном участке.

Автор считает, что это будет более точно отражать исходные параметры полозьев, то есть полученный в результате продукт будет более эффективным. Помимо хороших перспектив использования выдвинутых им предложений в будущем, автор считает, что предпринятая им попытка конструирования полоза оказалась удачной.

Одним из перспективных направлений исследования в будущем автор считает изменение изгиба по линейному закону от точки минимума до точки резкого возрастания данных измерителя. Этот тип профиля можно наблюдать в полозьях LG (рис. 13), которые считаются одними из самых высококачественных. Для полозьев LG данные измерителя в микронах характеризуются уравнением 2.15, при этом z задается в миллиметрах.

$$g(z) = 0.342 \cdot |z + 25.5| + 14.2 \quad (2.15)$$

Данное отношение верно в пределах от -225 мм до 275 мм для передних полозьев и от -325 мм до 350 мм для задних полозьев.

Однако автор считает возможным использовать принудительную установку $g(z) \geq 20$ микронов, поскольку не было выявлено значимого снижения экспериментальных данных ниже данной величины. Данные измерителя являются практически постоянными для $|z + 25,5| < 50$ мм.

Для характеристики переднего и заднего концов полозьев требуется проведение дополнительного анализа. Поскольку эти сегменты находятся на значительном отдалении от поверхности контакта полоза со льдом, автором был сделан вывод, что их анализ не имеет первоочередного значения.

Таблица 3

Параметры уравнений 2.10-2.14, применяемые при конструировании профиля полозьев для мужского боба-двойки

Front runners				
	0	1	2	3
a	0.59	-2.79×10^{-9}	-1.94×10^{-5}	-2.79×10^{-9}
b	203	-1.94×10^{-5}	-1.58×10^{-9}	-1.94×10^{-5}
c	135	5.33×10^{-3}	2.11	-8.48×10^{-3}
e	0.40	1.78	-	1.22
g	-	-	-	-2.96×10^{-8}
Rear runners				
	0	1	2	3
a	6.00	-2.79×10^{-9}	-1.94×10^{-5}	-2.79×10^{-9}
b	2700	-1.94×10^{-5}	-1.26×10^{-9}	-1.94×10^{-5}
c	197	-9.01×10^{-3}	3.04	-1.15×10^{-2}
e	0.45	2.01	-	1.35
g	-	-	-	-1.40×10^{-8}

Заключение

Проанализировав 12 комплектов полозьев для мужского боба-двойки, автор обнаружил, что большинство из них имели показатели измерителя изгиба в пределах от 65 до 25 микронов вдоль поверхности контакта полоза со льдом при скольжении саней по плоскому участку трассы. Данный диапазон показателей измерителя соответствует изгибам, соответствующим величинам большой оси тора в пределах между 20 и 50 м.

В настоящем исследовании не проводился подробный анализ радиуса поперечного сечения. Однако он часто регистрировался при выполнении измерений. Средняя величина радиуса составляла от 4,5 до 4,75 мм.

Полозья, используемые в экспериментах по определению силы трения льда, имели изгиб 34 м [53] и радиус 4,75 мм. Поэтому автор использовал данные величины в качестве нормальных показателей изгиба полозьев и радиуса поперечного сечения в нашей цифровой модели (F.A.S.T.).

Автор также рассматривал данные параметры в диапазоне $R = 20-48$ м и $r = 4,0-5,5$ мм. При конструировании профилей полозьев в будущем автор рекомендует уделять повышенное внимание центральной части полоза, в области которой обычно происходит контакт со льдом.

В следующей главе будет раскрыта другая сторона рассматриваемого взаимодействия – поверхность льда.

ГЛАВА 3. АНАЛИЗ ТВЕРДОСТИ ЛЬДА

Предпосылки исследований

В целях проведения исследования взаимодействия между стальным лезвием и льдом, которое имеет место в ряде зимних видов спорта, рассмотрим более подробно лед в качестве фактора данного взаимодействия.

Эта глава посвящена анализу используемых в спорте ледовых поверхностей и в первую очередь их твердости.

Для определения **динамической твердости** льда использовали свободное падение стальных шаров весом от 8 до 540 г на несколько разных ледовых поверхностей с высоты от 0,3 до 1,2 м.

Данная глава в основном воспроизводит статью, опубликованную автором в журнале «Cold Regions Science and Technology» [52]. При этом результаты измерений, анализ и текст данной статьи принадлежат автору данной работы. Соавторы выполняли главным образом роль консультантов.

Согласно наблюдениям спортсменов в санных видах спорта (бобслей, скелетон и тобогган) качество льда зависят от температуры поверхности льда и влажности воздуха. Цель настоящей работы заключается в расширении знаний о том, каким образом эти параметры влияют на физические свойства льда и в частности на его твердость.

Опыт спортсменов и результаты, полученные с применением модели F.A.S.T. [12, 49], позволяют предположить, что твердость льда влияет на коэффициент трения между лезвием и льдом, поскольку она оказывает воздействие на площадь контакта.

В предыдущих опытах было продемонстрировано, что твердость льда зависит от масштаба времени процесса измерений. В то время как в центре внимания при проведении более ранних исследований находились более медленные процессы, такие как течение льда, данная работа фокусируется главным образом на результативности спортсменов, и это требует выполнения измерений в более коротком масштабе времени.

Несмотря на подробное исследование ледовых поверхностей в конькобежном спорте, анализ твердости льда, проводимый Kobayashi [10], отличался статичностью и выполнялся в контролируемых изотермических условиях в лаборатории, а не на ледовом стадионе, и при этом не учитывался временной регламент соревнований по зимним видам спорта.

Обзор литературы по данной теме свидетельствует о преимущественном применении одного набора данных, в которых твердость льда представлена в виде функции температуры льда и времени контакта [1, 39, 54, 55]. При этом в пределах рассматриваемого диапазона времени контакта (10^{-4} - 10^4 сек), применялся только один набор данных измерений динамической твердости льда.

Ее измерения выполнялись в масштабе времени 10^{-4} с. При измерении динамической твердости индентирование льда не может быть объяснено пластической деформацией. Его следует рассматривать как повреждение льда, при котором можно наблюдать образование трещин или раскалывание поверхности.

Сбор данных по динамической твердости льда осуществлялся посредством свободного падения стального шара на поверхность льда и измерения диаметра кратера лунки. Вышеуказанные измерения выполнялись в изотермических условиях. *Поэтому их результаты не отражают реальное состояние льда на ледовом стадионе или площадке, который имеет внутренний градиент температуры.*

В целях выяснения возможности использования результатов предшествующих исследований в данной работе нами принято решение о проведении оценки времени контакта, характерного для конькобежного спорта и бобслея.

Во-первых, автор предположил, что видимая зона контакта, то есть лунка, оставшаяся на поверхности льда в результате контакта с шаром, представляет собой отношение приложенной нагрузки к твердости льда. Автор использовал данные по динамической нагрузке твердости льда, представленные Hobbs [54], которая достигает примерно 50 МПа при -5°C . При применении типичных масс тел и геометрических параметров лезвий в конькобежном спорте (75 кг, ширина лезвия 1,1 мм) и бобслея (390 кг или 92,5 кг на каждый полз, радиус поперечного сечения: 4 мм, изгиб: 35 м) длина контакта лезвия со льдом составляет в обоих видах спорта примерно от 1 до 10 см. Учитывая диапазон скоростей от 10 до 40 м/с, точка поверхности льда контактирует с лезвием в течение 1 мс. *Это значительно больше времени контакта 10^{-4} с, указанного Barnes et al [39].*

Barnes и Tabor [38] предложили модель твердости льда как функцию времени контакта со льдом и температуры. **Индентометрическая твёрдость** (твердость при вдавливании) может быть рассчитана посредством уравнения 3.1.

$$P(t, T_k) = B \left(\frac{1}{t}\right)^{\frac{1}{n}} \exp\left(\frac{Q}{nRT_k}\right) \quad (3.1)$$

В данном уравнении: t – время контакта индентора со льдом в секундах, T_k – температура поверхности льда в Кельвинах. R (кал К/моль) – универсальная газовая постоянная, Q – энергия активации самодиффузии (ккал/моль), n – безразмерная экспонента стресса и B – константа модели.

В основе уравнения 3.1 лежат результаты исследования Mott [56] по характеристике деформации металла при установившейся стадии ползучести.

Проанализировав данные из исследования Barnes and Tabor [38, 1], было обнаружено, что уравнение 3.1 может быть применено в отношении всех четырех полученных ими наборов данных при времени контакта 1,5 с или выше. *Однако оно не действует по отношению к набору данных по динамической твердости льда, поскольку рассчитываемая с его помощью твердость льда в шесть раз превышает ее показатель, измеренный для времени контакта 10^{-4} с, как показано на рис. 16.*

Параметры B , n , и Q , представленные на рис. 16, были оптимизированы для данных со временем контакта более 1,5 с, приведенных в двух статьях Барнса и Тейбора (Barnes and Tabor), с учетом примененных доверительных интервалов. При этом были получены следующие величины вышеуказанных параметров: $B = 15,5$ Па, $n = 4,15$ и $Q = 32,1$ ккал/моль.

На основании вышесказанного становится очевидным, что динамическая твердость льда представляет собой проблему другого рода, которая не может быть решена с помощью уравнения 3.1.

Лед относится к хрупким материалам, и при превышении критического значения скорости передачи энергии можно наблюдать его раздробленные частицы на поверхности.

Jordaan and Timco [44] проводили эксперименты по вводу плоско-го индентера в слой льда. Энергия, потребовавшаяся для разрушения льда за время контакта 0,05 с, составила 0,006 Дж. При контакте со

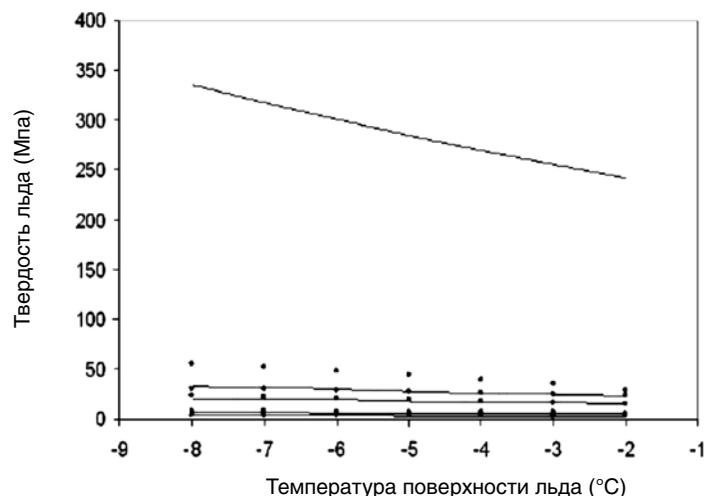


Рисунок 16. Твердость льда для разных масштабов времени и температур льда (точки взяты из линии наилучшего соответствия Barnes and Tabor, в то время как линии были подобраны с применением уравнения 3.1; в направлении сверху вниз точки на графике соответствуют масштабам времени 10-4 с, 1,5 с, 10 с, 103 с и 104 с)

льдом лезвия конька или полоза боба затрачивается около половины этого количества энергии примерно за 10^{-3} с, а для применяемых в экспериментах автора стальных шаров — передача энергии на поверхность льда составляла от 0,02 до 3,16 Дж при времени контакта около 10^{-4} с.

Во всех рассматриваемых случаях было зафиксировано дробление льда. Еще один метод определения динамической твердости льда заключается в проведении склерометрического испытания (испытания с помощью нанесения царапин) при высокой величине приложенного усилия [57].

Однако при максимальной скорости 1 мм/с величина приложенного усилия будет недостаточно высокой для появления раздробленного льда, наблюдаемого в предыдущих опытах. В связи со столь малой величиной контактной площади для реализации данного метода может потребоваться время контакта порядка 10^{-3} с, при этом было бы интересно сравнить результаты измерения твердости льда во время

скольжения с результатами ее измерения при направленном сверху вниз ударе, которое применялось в остальных экспериментах.

Результаты проводимых в прошлом измерений твердости льда варьируют. Известны два предыдущих эксперимента, в ходе которых выполнялись измерения диаметра лунки, и твердость льда определялась при температуре -12°C .

Проанализировав первичные данные таблицы 1, приведенные в работе Timco and Frederking [2], установили, что твердость льда в вариантах S1 и S2 пресноводного льда была равна 10 МПа. Во время проведения Barnes et al [39] исследования поликристаллического льда, состоящего из произвольно ориентированных монокристаллов и полученного из дистиллированной воды двойной перегонки, динамическая твердость льда достигала 65 МПа.

Gagnon and Gammon [45] применяли датчик давления для измерения максимального давления в центре лунок, которые образовались на образцах льда, взятых из айсберга, в результате опускания на них индентера сферической формы. Измеренная ими величина твердости льда составила 40 МПа.

Автор данных исследований полагает, что причина этих различий заключается в различиях в процессе производства льда, связанных с температурным контролем, содержанием воздуха и/или размером и ориентацией кристаллов. К другим факторам, которые могли повлиять на данные результаты, относятся количество раздробленного льда, трещины, кроме того, образец льда имел бетон с обратной стороны или находился во взвешенном состоянии, как при замерзании льда на водоеме.

По причине вышеуказанной изменчивости опубликованных ранее результатов было принято решение о выполнении собственных измерений динамической твердости льда, применяемого на спортивных объектах.

Несмотря на широкое разнообразие различных способов создания ледовых поверхностей на спортивных объектах, они в основном заливаются на глубину примерно 25 мм, слой за слоем, при разовом нанесении примерно 1 мм воды на гладкую поверхность.

Техническое обслуживание предусматривает регулярную чистку и повторную заливку водой. В настоящем исследовании автор рассматривал только искусственно охлаждаемые ледовые поверхности, однако, исследовали лед как на плоских, так и неплоских поверхностях, а также лед на закрытых и открытых спортивных объектах.

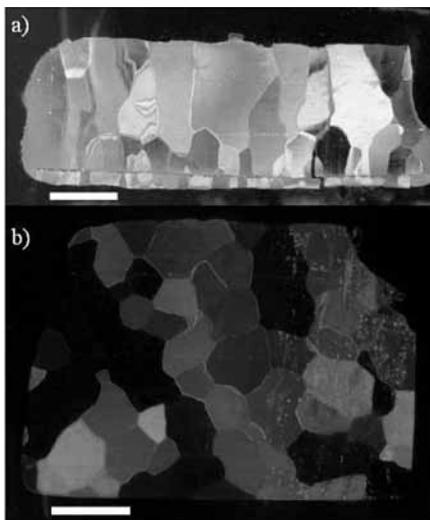


Рисунок 17. Тонкие срезы льда, иллюстрирующие его крупнокристаллическую структуру на поверхности длинной беговой дорожки на Олимпийском катке в Калгари: а) вертикальный поперечный срез в направлении движения конькобежцев, б) горизонтальный срез (белые полоски соответствуют 1 см)

Три исследуемые плоские ледовые поверхности включали длинную и короткую беговые дорожки и хоккейную площадку на Олимпийском каток в Калгари (крытый конькобежный каток в Калгари – <http://www.ucalgary.ca/oval/facility>).

На рис. 17 (а и б) изображены тонкие срезы льда на взятом с длинной дорожки катка образце, которые служат иллюстрацией крупнокристаллической структуры льда. Как можно видеть на данных рисунках, лед состоит из отдельных кристаллов размером порядка 1 см. Более мелкие кристаллы в нижней части рис. 17 (а) образуют фундамент ледового покрытия, контактирующий с искусственно охлаждаемой бетонной поверхностью. Данный эффект также отражен в публикации Kobayashi [10].

Еще две исследуемые ледовые поверхности – санно-бобслейная трасса (<http://www.fibt.com/index.php?id=150>) и крытая санно-бобслейная трасса, получившая название «Ледяной дом» (<http://www.winsportcanada.ca/facilities/icehouse.cfm>), расположены на территории Канадского олимпийского парка.

Единственная открытая санно-бобслейная трасса напоминает покрытую льдом трассу американских гор.

Ледяной дом представляет собой ледяной желоб с плоским стартовым отрезком длиной ~ 15 м с наклоном $< 1^\circ$, который сменяется участком с более крутым уклоном величиной $6,8^\circ$ на протяжении примерно 50 м перед заходом на финишный отрезок трассы. Для проведения испытаний автор ограничился выбором относительно ровных

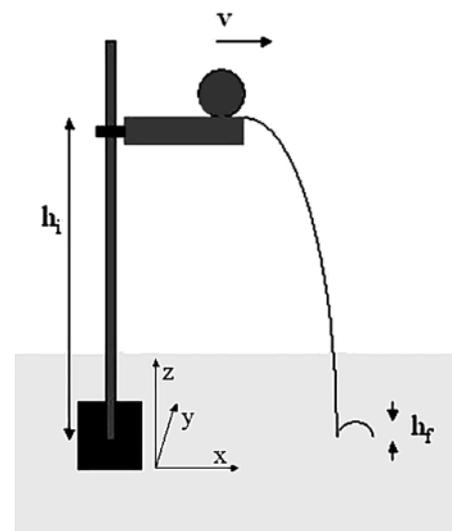


Рисунок 18. Устройство для проведения экспериментов по измерению твердости льда (шар массой m скатывается с платформы, установленной на высоте h_i , на поверхность льда, оставляя на ней лунку, после чего мяч отскакивает на высоту h_f , покидая лунку от индентора / стальной шар/)

участков ($< 1^\circ$) с неплоскими ледовыми поверхностями и измерениями твердости льда в диапазоне температур льда и влажности воздуха, который соответствовал нормальным условиям, поддерживаемым во время большинства соревнований.

Экспериментальные протоколы измерений твердости льда

Стальные шары разного размера и массы падали на поверхность льда с высоты от 0,3 до 1,2 м. Как показано на рис. 18 каждый шар скатывался с платформы, фиксируемой на заданной высоте h_i . Энергия, возникающая в результате неупругого столкновения шара со льдом, приводила к образованию лунки на льду с максимальной глубиной δ и диаметром d_c .

В ходе экспериментов проводились измерения диаметра лунки индентора d_c для последующего расчета объема лунки и тем самым твердости льда.

При этом не принималось в расчет ударное выдавливание льда над поверхностью. Можно предположить, что это может служить потенциальным источником неточности измерений, поскольку выдавленные при ударе фрагменты льда могут частично гасить нагрузку от массы шара.

Однако этот эффект, очевидно, ничтожно мал по причине небольшого размера являющихся результатом ударного выдавливания фрагментов льда.

Обычно для расчета средней величины диаметра лунки выполнялось шесть повторов каждого варианта свободного падения стальных

шаров. В основе анализа твердости льда лежат два основных предположения.

Первое из них состоит в отсутствии значимой деформации стального шара в результате столкновения со льдом. В анализируемой ситуации это условие действительно выполняется, поскольку динамическая твердость льда [2, 39] составляет ~ 1% динамической твердости легированной стали [58, 59] ~ 0,01% модуля Юнга (модуль упругости первого рода) для стали [60]. Данное предположение позволяет использовать теорему о кинетической энергии в уравнении 3.2, в котором затрата энергии при столкновении $E_i - E_f$ приравнивается к количеству работы, требуемой для деформации поверхности льда.

$$E_i - E_f = mg(h_i - h_f) = - \int_0^{\delta} P(x, y, z) \cdot a(z) dz \quad (3.2)$$

где m – масса индентора, g – гравитационное ускорение, h_i – исходная высота падения, h_f – высота отскока и $a(z)$ – максимальное горизонтальное сечение возникшей при ударе лунки при глубине проникновения z . $P(x; y; z)$ – давление сопротивления льда на всей поверхности лунки.

Martel [61] продемонстрировал, что в металлах объем лунки пропорционален энергии индентора. Используя теорему о среднем, среднее значение $P(x; y; z)$ может быть удалено из интеграла в уравнении 3.2, в результате чего получаем уравнение 3.3. При этом обозначение \bar{P} соответствует твердости льда.

$$E_i - E_f = mg(h_i - h_f) = \bar{P}V(d_o) \quad (3.3)$$

Кажущийся объем $V(d_o)$ представляет собой объем лунки от индентора, если предположить, что лунка имеет радиус кривизны стального шара R_b .

Данное предположение может быть сделано, если допустить, что упругое восстановление поверхности льда является ничтожно малым. Автор подтвердил законность данного предположения путем определения того, что высота отскока является ничтожно малой по сравнению с высотой падения ($h_i = (0,3 - 1,2)$ м; $h_f \sim 1$ мм). Отсюда объем интеграции равен:

$$V(d_o) = \pi \left(\frac{2R_b^3}{3} + \frac{1}{24} (4R_b^2 - d_o^2)^{3/2} - \frac{R_b^2}{2} \sqrt{4R_b^2 - d_o^2} \right) \quad (3.4)$$

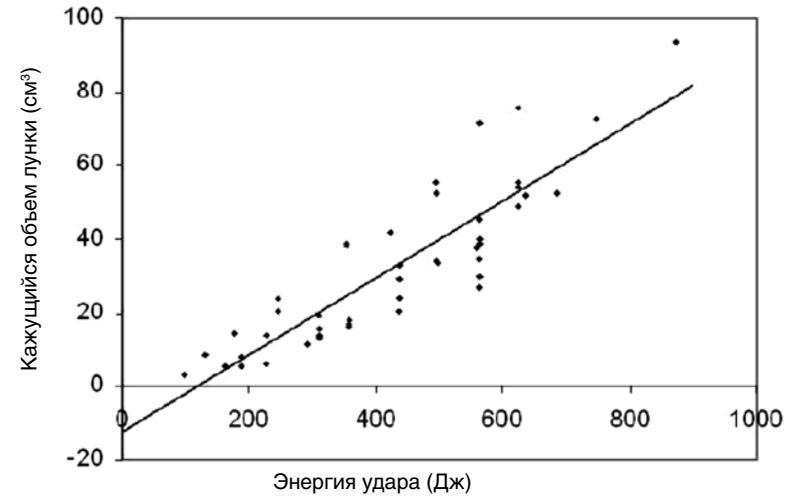


Рисунок 19. Отношение кажущегося объема лунки от индентора (стального шар) к энергии удара, использованной для определения твердости льда (твердость льда определялась при свободном падении полусферических на концах инденторов массой 33-64 кг с высоты 0,3-1,4 м)

Кажущийся объем использован в уравнении 1.10 для расчета твердости льда \bar{P} .

В попытке подтверждения истинности предположения, что $V \propto E_i$ для льда, были проанализированы первичные данные (масса, высота свободного падения и диаметр лунки), полученные Timco and Frederking [2].

Результат данного анализа можно видеть на рис. 19. Полученные экспериментальные данные позволяют предположить линейное увеличение кажущегося объема лунки с возрастанием энергии удара, при этом величины энергии в данном эксперименте были примерно на два порядка выше данных, использованных в настоящих исследованиях.

Поскольку одной из целей данной работы является подтверждение предположения о существовании вышеуказанной линейной зависимости в проводимых автором опытах, результаты этого анализа могут служить свидетельством обоснованности данного предположения.

На рис. 19 можно наблюдать, что график линейной зависимости, очевидно, не пересекает начало координат. Отрицательное значение

точки пересечения с осью у предположительно отражает количество кинетической энергии, которое не расходуется на образование лунки от индентора.

В уравнении 3.3 эта энергия обозначается как E_f . Учитывая крупные массы инденторов, применяемых в опыте Timco and Frederking, автором была выдвинута гипотеза, что данное смещение, вероятно, было вызвано деформацией и колебанием всего ледяного покрова.

Данные Timco and Frederking [2] о применении акселерометра на ледовой поверхности свидетельствуют о присутствии колебаний после удара с периодом 3-4 миллисекунды.

Автор полагает, что следствием исследуемых столкновений являются пластическая деформация с образованием трещин, дроблением льда и выталкиванием раздробленных частиц. Поэтому, исключив значения E_f и h_f (в полученных данных линейный график пересекал ось y в начале координат), получаем следующий вариант уравнения 3.3:

На основе применения уравнения 3.5 была определена твердость льда \bar{P} путем построения графика зависимости между кажущимся объемом лунки $V(d)$ и кинетической энергией индентора E_f .

$$V(d) = \frac{E_f}{\bar{P}} \quad (3.5)$$

Диаметр лунки от индентора измерялся либо посредством анализа цифровых фотографических изображений с применением пакета программ Tracker [62], либо путем прямых измерений с помощью кронциркуля. Фотографии лунки, используемые в данном анализе, были сняты камерой Nikon Coolpix P6000 в режиме макросъемки с высоты 20 см над поверхностью льда.

Для определения масштаба применялась монета (канадский «десятицентовик») диаметром 18,03 мм. Используемые протоколы были оптимизированы для получения оптимального разрешения и минимального искажения путем фотографирования на фоне миллиметровой бумаги.

Высокая эффективность фотографического анализа достигалась при хорошем освещении (рис.20), но она значительно ухудшалась в условиях низкой освещенности (рис. 21).

В конечном итоге, более эффективными оказались измерения с помощью кронциркуля. Оба метода сравнивались в ходе выполнения одной серии измерений, и с их применением были получены эквивалентные данные.

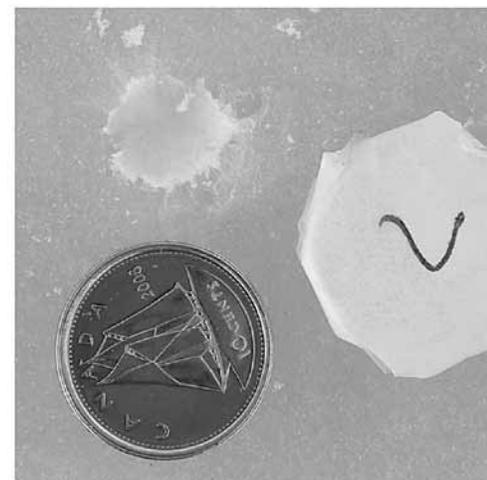


Рисунок 20. Лунка от индентора (вверху слева) на санно-бобслейной трассе в Канадском олимпийском парке (фотография была сделана 16 декабря 2009 г. после свободного падения шара С с высоты 30 см при благоприятных условиях освещения)

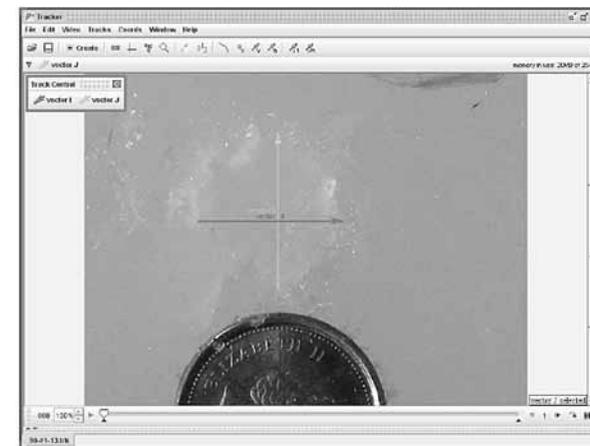


Рисунок 21. Лунка от индентора на льду длинной беговой дорожки Олимпийского овала Калгари (фотография была сделана 30 декабря 2009 г. после свободного падения шара С с высоты 90 см в условиях низкой освещенности)

Лунки, изображенные на рис. 20 и 21, не имеют идеально круглой формы по причине неравномерного выдавливания льда по периметру лунки и образования трещин на поверхности льда. Выступы льда над поверхностью не включались в измерения.

В связи с неправильной формой лунок от инденторов измерения каждой из них выполнялись вдоль двух взаимно перпендикулярных осей, как показано на рис. 21.

Для всех исследуемых температур льда, масс шаров и высот падения было выполнено по шесть повторов в целях получения средних показателей для каждого варианта индентационного определения твёрдости.

Диаметры шаров измерялись с применением кронциркуля или микрометра, а их массы определялись с помощью цифровых весов (ACCULAB VIC-303 или VIC-5101).

В ходе экспериментов были использованы шесть мячей; их радиусы и массы представлены в таблице 4.

Таблица 4
Масса и радиус шаров, применяемых
в опытах по определению твердости льда

ball	mass (g)	radius (mm)
A	8.366 ± 0.002	6.346 ± 0.001
B	28.17 ± 0.01	10.028 ± 0.001
C	151.3 ± 0.1	16.67 ± 0.02
D	286.8 ± 0.1	20.65 ± 0.02
E	358.5 ± 0.1	22.24 ± 0.02
F	535.5 ± 0.1	25.41 ± 0.02

Автор постарался придерживаться максимально возможных пределов размера и массы инденторов, чтобы получить лунки, которые могут быть достоверно измерены, и при этом не причинить существенных повреждений поверхности льда спортивных объектов.

На протяжении всего периода сбора данных выполнялись измерения температуры воздуха с применением терморегулятора AMR (Ahlborn) THERM 2280-2 и датчика температуры T122-1 150 11K.

Было измерено более 850 лунок от инденторов. В ходе первичных экспериментов использовались все шесть шаров, затем данная процедура была оптимизирована в целях повышения ее эффективности.

В итоге, количество шаров было сокращено до четырех. Таким же образом, было ограничено число высот свободного падения во избежание взаимного наложения энергий удара. Это способствовало достижению дополнительного преимущества, выражающегося в уменьшении экспериментальной изменчивости.

Благодаря сокращению периода выполнения всех свободных падений одновременно ограничили изменения температур воздуха и льда во время эксперимента. Шары A,B,C; и E совершали свободное падение с высоты 30 см, затем все из них кроме A скатывались с высоты 90 см и один только шар E – с высоты 60 см. Эти условия соответствовали энергиям величиной 0,02, 0,08, 0,25, 0,44, 1,05, 1,33, 2,10 и 3,16 Джоулей.

Шар D был исключен из эксперимента во избежание взаимного наложения энергий. Шар F не использовался в последующих опытах по причине причиняемого им более значительного повреждения, проявляющегося, в том числе, в образовании радиальных трещин.

Несмотря на изменение числа измерений в ходе экспериментов, результаты всех этих измерений являются достоверными и были включены в выполняемый анализ.

Анализ данных по динамической твердости льда

На рис. 22 представлен типичный пример данных, полученных в результате проводимых экспериментов по свободному падению в целях выполнения измерений твердости льда.

При этом использовались рассмотренные в предыдущем разделе оптимизированные протоколы проведения опытов в целях предотвращения взаимного наложения энергий.

Этот набор данных был получен при проведении анализа 48 лунок от инденторов. Неопределенность данных экстраполирована на основе неопределенности измерений массы, радиуса, высоты падения и диаметра лунки. Неопределенность указана по обеим осям координат.

Однако неопределенность измерения энергии удара является очень незначительной. Диаметр лунки представляет собой главный источник неопределенности. Относительная неопределенность диаметра лунки была постоянной для всех шаров кроме самого маленького шара A. В связи с малым объемом выборки для каждого уровня энергии, равным шести измерениям, анализ неопределенности измерений диаметров лунок проводился на основе применения данных по каждому свободному падению.

В результате неопределенность измерений составила $\Delta d/d_c = 0,10$ для шара A и $\Delta d/d_c = 0,066$ для всех остальных шаров. В связи с различиями в неопределенности для подбора точек координат применялась взвешенная линейная регрессия [63]. Линейность данных подтверждает, что величина $\bar{\rho}$ является постоянной в данном диапазоне энергий удара. Пересечение оси y в нулевой точке свидетельствует о пренебрежимо малой величине E_f .

Следовательно, $\bar{\rho}$ обозначает определенное свойство льда, а именно его твердость, и выражается обратным наклоном кривой. Объем лунки от индентора рассчитывался с применением уравнения 3.4.

Эксперименты проводились на ледовых покрытиях пяти разных спортивных объектов. В попытке выявления различий между сходными ледовыми поверхностями исследовали три ледовых поверхности на Олимпийском катке в Калгари с одинаковой температурой льда $-1,1^\circ\text{C}$.

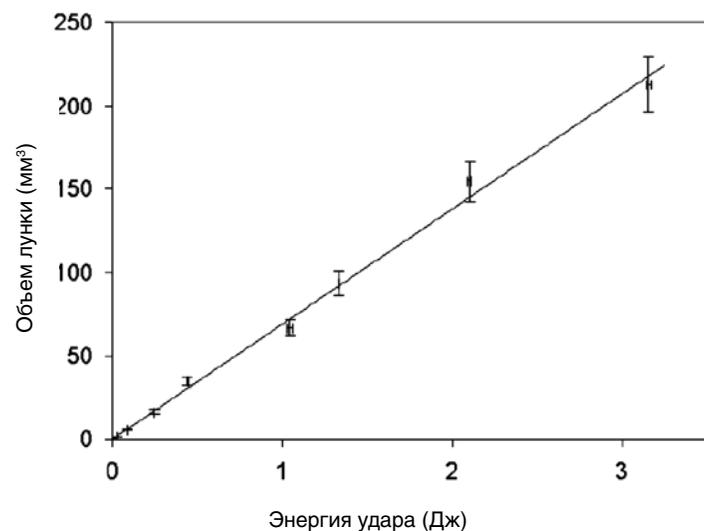


Рисунок 22. График соотношения между объемами лунок и энергией удара от свободного падения шаров при определении твердости льда (данные экспериментов, проводимых 10 февраля 2010 г. в Ледовом доме Канадского олимпийского парка, температура поверхности льда: $-2,7^\circ\text{C}$)

К ним принадлежали хоккейная площадка, овал длинной беговой дорожки и три разных участка шорт-трека, на которых конькобежцы затрачивают разные количества энергии: поворот, прямой участок и центр ледовой дорожки.

Результаты анализа изложены в приложении С.3. Между данными пятью измерениями не было выявлено статистически значимых различий. Поэтому эти данные объединили как характерные для одного уровня температуры поверхности льда.

В крытых ледовых объектах температура поверхности льда ограничивается предельной величиной около -5°C или выше. Данный диапазон температур показан на рис. 23.

Эти температуры представляют собой средние величины множественных измерений, выполняемых в ходе экспериментов по индентационному определению твердости льда. Планки погрешностей графически иллюстрируют стандартное отклонение данных измерений.

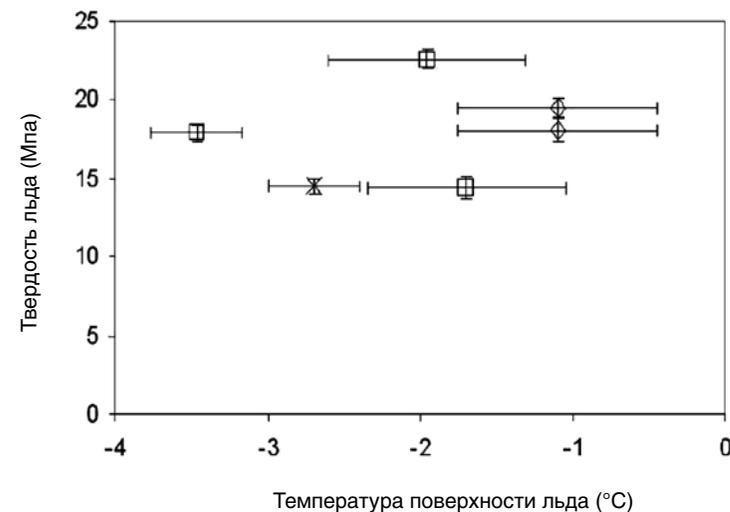


Рисунок 23. Твердость льда в зависимости от температуры его поверхности при выполнении измерений на санно-бобслейной трассе (квадратики) и Ледовом доме (X) Канадского олимпийского парка, а также на трех ледовых поверхностях крытого катка «Олимпийский овал Калгари» (ромбики) при температурах поверхности льда выше -5°C

В то время как на большинстве рассматриваемых объектов анализ охватывал от 40 до 100 лунок, в ходе исследования в пяти разных пунктах Олимпийского катка было проанализировано более 400 лунок.

Для каждого объекта данные были представлены в виде графика как на рис. 22, и измерялся наклон кривой в целях определения твердости льда.

Разброс данных, полученных на санно-бобслейной трассе, был более значительным, чем различия между ледовыми поверхностями. В связи с трудностями в идентификации систематических различий между различными пунктами сбора данных было принято решение об объединении в одном графике результатов, полученных на всех исследуемых нами ледовых поверхностях. Эти данные использовались для определения изменений твердости льда в зависимости от температуры его поверхности.

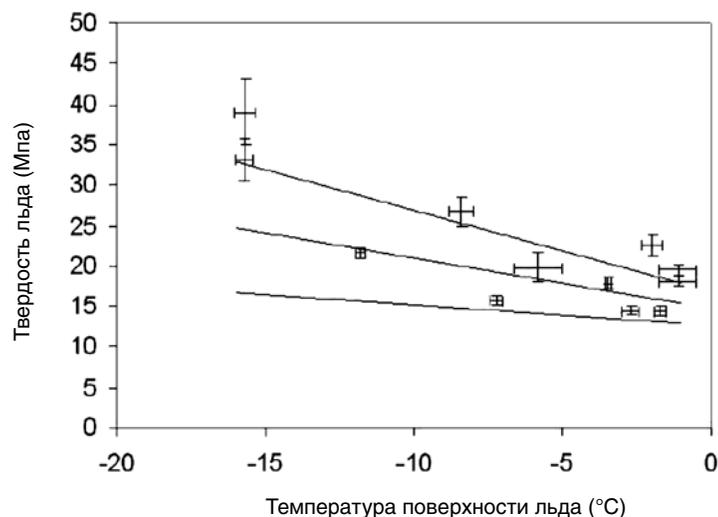


Рисунок 24. Твердость льда в зависимости от температуры его поверхности при выполнении измерений на ледовых поверхностях разных спортивных объектов Канадского олимпийского парка и крытого катка «Олимпийский овал Калгари» (центральная и две наружные линии были получены методами взвешенной линейной регрессии и определения доверительных пределов, соответственно)

Были так же проведены дополнительные измерения в диапазоне температур, наиболее характерных для ледовых покрытий бобслейных трасс и конькобежных дорожек. Эти измерения твердости льда были добавлены к данным, представленным на рис. 23, и показаны на рис. 24.

Большинство точек на графике (рис. 24) соответствуют результатам измерений, выполненных на бобслейной трассе Канадского олимпийского парка. Поскольку эта трасса является открытой, здесь наблюдался более широкий диапазон температур поверхности льда. В связи с различной неопределенностью данных по обеим осям точки на графике были подобраны с использованием взвешенной линейной регрессии [63] согласно уравнению:

$$P(T) = ((-0.6 \pm 0.4)T + (14.7 \pm 2.1)) \text{ МПа} \quad (3.6)$$

где T – температура поверхности льда в градусах Цельсия.

Мало вероятно, что данный подбор будет оставаться действительным при температурах выше -1°C , поскольку твердость льда резко снижается при приближении к точке таяния. Это явление отражено на рис. 3 в публикации Barner et al. [39].

Возможность практического применения результатов данных экспериментов как в области бобслея, так и в нашей вычислительной модели (F.A.S.T.) проверялась посредством измерения ширины следа, оставляемого тренировочными бобслейными санями при скольжении по льду.

Контактирующая со льдом поверхность бобслейного полоза может быть приблизительно рассчитана с применением тора с главной (большой) осью (ось коромысла или балансира) $R = 34$ м, значительно превышающей по величине малую ось (радиус поперечного сечения) $r_c = 4,75$ мм.

Измерения следов, оставляемых на льду, выполнялись посредством фотографического анализа с применением программного пакета Tracker. В связи с малыми размерами следов применение анализа с помощью кронциркуля было бы слишком трудным. Был исследованы изображения следов из Ледового дома Канадского олимпийского парка и хоккейной площадки Олимпийского овала Калгари. Один из примеров оставленных на льду следов можно видеть на рис. 25. При выполнении измерений температура поверхности льда составляла $-2,5 \pm 0,5^\circ\text{C}$, сани двигались со скоростью 1 м/с.

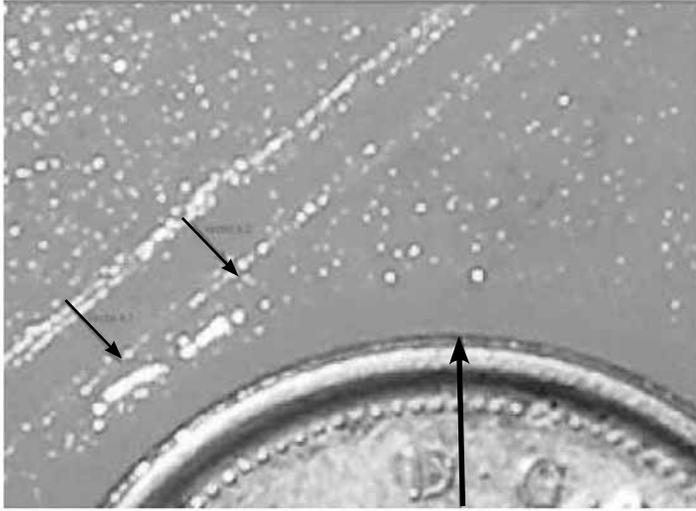


Рисунок 25. Исследование отпечатка следа, оставленного полозом боба на ровной поверхности льда; длина главной оси тора или оси балансира – 34 м, длина малой оси – 4,75 мм.

Большая стрелка показывает градуировочную шкалу, розовые стрелки – два места измерения ширины бороздки. Вес саней составлял 123 кг, при этом 56% веса приходилось на задние полозья. В качестве градуировочной шкалы применялся канадская десятицентовая монета. Точную ширину бороздки очень трудно определить. Были предприняты две попытки измерить ширину бороздки, показанной на данном рисунке. Левая стрелка указывает на место, где пытались измерить наибольшую ширину бороздки. Правая стрелка – на место измерения наименьшей ширины бороздки. Было выполнено еще несколько подобных измерений бороздок. Результаты всех этих измерений были использованы для получения средней величины и стандартного отклонения

Как было установлено, ширина контакта была равна $0,8 \pm 0,2$ мм. Пересечение тора (полоза) и плоскости льда может быть аппроксимировано в виде эллипса. Учитывая тот факт, что упругое восстановление в настоящем эксперименте было пренебрежимо малым ($Ef = 0$), было выдвинуто предположение, что во время движения задняя часть лезвия не контактирует со льдом. Это указывает на то, что контактная поверхность имеет форму полу-эллипса.

$$F = m_{*}g = \bar{P}A = \bar{P} \left(\frac{1}{2} \pi l_s \frac{w}{2} \right) \quad (3.7)$$

Доля распределения массы боба на каждый задний полоз (m_{*}) составила 35 кг. Масса всего боба, а также ее распределение на передние и задние полозья определялись с помощью платформенных весов Mettler Toledo 2155, при этом предполагалось, что распределение массы между левой и правой сторонами саней является одинаковым. Поскольку на передние полозья приходится меньшая доля общей массы боба, было выдвинуто предположение, что они будут оставлять меньшие отпечатки.

Как длина контакта l_s , так и ширина контакта w могут быть связаны с максимальной глубиной проникновения полоза внутрь льда d_{max} .

$$l_s = \sqrt{2Rd_{max} - d_{max}^2} \quad (3.8)$$

$$w = 2\sqrt{2r_c d_{max} - d_{max}^2} \quad (3.9)$$

Поскольку возможно измерить w , уравнение 3.9 может быть преобразовано в уравнение 3.10:

$$d_{max} = r_c - \sqrt{r_c^2 - \frac{w^2}{4}} \quad (3.10)$$

Зная максимальную глубину проникновения, можно переставить члены уравнения 3.7, используя уравнения 3.8 и 3.9, и рассчитать твердость льда:

$$\bar{P} = \frac{m_{*}g}{A} = \frac{2m_{*}g}{\pi \sqrt{(2Rd_{max} - d_{max}^2)(2r_c d_{max} - d_{max}^2)}} \quad (3.11)$$

В результате проведения анализа ширины следа была рассчитана твердость льда, составившая 16 ± 9 МПа.

В ходе экспериментов по индентационному определению твердости льда с применением свободного падения стальных мячей величина твердости льда для аналогичного диапазона температур была равна 16 ± 3 МПа. Это позволяет предположить, что данные опыты могут быть использованы для определения твердости льда в бобслее.

На основе информации, полученной при осуществлении обратной связи со спортсменами-саночниками, можно предположить,

что качество льда, а, следовательно, и максимальные скорости могут ухудшаться в условиях высокой влажности воздуха.

В целях объяснения разброса результатов, показанного на рис. 24, была сделана попытка определить, действительно ли влажность воздуха оказывает влияние на твердость льда. При этом для получения чистого эффекта воздействия влажности были предприняты усилия по нейтрализации температурного эффекта. На рис. 26 показан график, отражающий разницу в данных о подборе прямой и координатах точек, которые были представлены на рис. 24, в зависимости от абсолютной влажности воздуха.

Несмотря на кажущееся уменьшение твердости льда с увеличением влажности воздуха, неопределенность наклона линии регрессии данных на рис. 26 оказалась больше самого наклона. Это указывает на спорный характер полученных результатов. Данные о влажности воздуха были получены на метеорологической станции «Environment Canada», расположенной на территории Канадского олимпийского парка. На рис. 26 представлены только данные по твердости льда санно-бобслейной трассы.

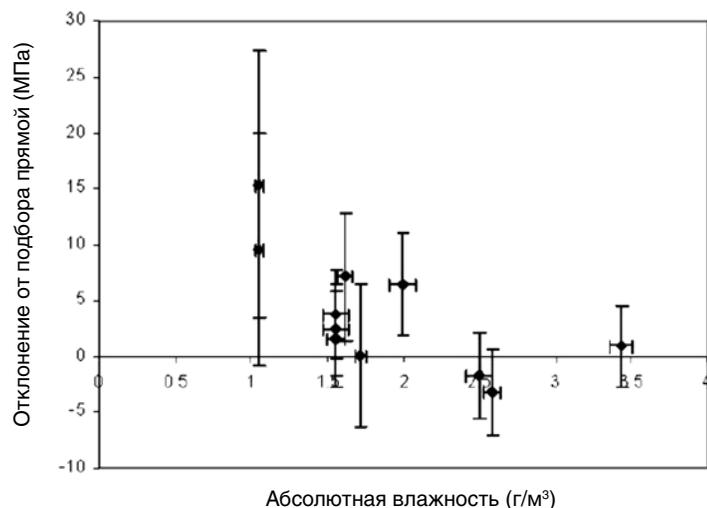


Рисунок 26. График вариации между измеренной твердостью льда и подбором прямой в уравнении 3.6 в зависимости от абсолютной влажности в целях определения влияния абсолютной влажности воздуха на твердость льда

Следует отметить существование корреляции между низкими температурами и низкой влажностью воздуха, однако, выполнение точных измерений влажности при температурах ниже нуля может оказаться довольно сложной процедурой [64].

Все эти факты, равно как и отсутствие проявления определенной тенденции (рис.26), служат причиной указанного выше спорного характера результатов.

Для определения того, существует ли взаимосвязь между влажностью и твердостью льда или же наблюдаемый спортсменами эффект следует приписать ухудшению качества поверхности санно-бобслейной трассы по причине образования на ней наростов льда под действием мороза, необходимо проведение дальнейших исследований.

Выводы

В ходе проведения настоящего исследования были получены новые данные по твердости льда на ледовых поверхностях спортивных объектов.

Была определена формула расчета твердости льда $(-0,6 \pm 0,4)T + (14,7 \pm 2,1)$ МПа, которая была использована при построении модели F.A.S.T. (глава 4). Твердость льда на ледовых поверхностях спортивных объектов составляла 22 ± 7 МПа при температуре -12°C — показатель, который занимает промежуточное положение среди результатов предыдущих исследований [39, 2, 45], в которых применялись разные типы льда, а также разные способы контроля повреждений льда.

Наблюдаемая в настоящем исследовании зависимость твердости льда от температуры его поверхности составила $\sim 20\%$ от величины температурной зависимости, выявленной в ходе экспериментов по динамическому воздействию, проводимых Barnes et al. [39], и $\sim 62\%$ от температурной зависимости, рассчитанной Gagnon and Gammon [45].

Пересечение оси у в нулевой точке, показанное на рис. 22, свидетельствует о незначительном упругом восстановлении во время проведения испытаний на удар. Полученные данные были подтверждены в ходе экспериментов с применением реального спортивного оборудования.

Попытка обнаружения систематического воздействия влажности воздуха на твердость льда не привела к получению убедительных результатов.

Теперь, исследовав более подробно как лезвия бобслейных полозьев, так и ледовые поверхности спортивных объектов, можно приступить к изучению взаимодействия между этими двумя факторами.

Введение к теме «Трение льда»

Коэффициент трения, измеренный в любой зимний день, может оказаться очень низким. Несмотря на то, что это явление очень хорошо известно, тем не менее, оно недостаточно хорошо изучено.

В своем обзоре литературных источников по данной теме Rosenberg [65] излагает фундаментальные основы данной проблемы. Однако ему не удалось создать цельную картину, необходимую для того, чтобы рассчитать коэффициент трения движущегося по льду объекта.

Rosenberg констатировал, что, поскольку влажные поверхности являются более подвижными, а значит и более скользкими по сравнению с сухими поверхностями, то для объяснения низкой силы трения льда просто потребуется определить, что именно вызывает плавление льда на его поверхности.

Измерения сухого трения льда, предпринятые Bluhm et al. [66], позволяют сделать аналогичный вывод. Одним из слагаемых высказанной выше гипотезы является плавление льда под давлением рассматриваемый как компонент, определяющий низкое трение льда, который был подробно рассмотрен в исследовании Colbeck [67]. И хотя данный эффект не может сам по себе служить объяснением плавления льда под лезвием конька или полоза саней при температурах льда ниже -2°C , он вносит свой вклад в данный процесс.

Равным образом, один только фрикционный нагрев (нагрев при трении) не может объяснить низкую величину коэффициента статического трения на льду, но он также выступает в роли одного из компонентов, приводящего к возникновению данного явления [68, 69].

Основным отправным пунктом к выявлению причин низкого трения льда должен послужить квазизжидкий слой, присутствующий на поверхности льда при температуре ниже его точки плавления [70].

Автор продолжил работу Penny et al. [12], адаптировав разработанную ими цифровую модель к условиям скольжения полозьев боба

по льду. Он использовал данную модель для расчета коэффициента трения между поверхностью льда и бобслейными полозьями разного профиля. Его конечная цель состояла в оптимизации профиля полоза, которая позволила бы снизить силу трения и повысить результативность.

Введение к модели F.A.S.T.

Применяемая автором вычислительная модель носит название **Frictional Algorithm using Skate Thermo-Hydrodynamics** (*алгоритм расчета трения с учетом термгидродинамики лезвий*), версия 3.2b, где b служит обозначением боба. Исходная модель, послужившая основой для разработки версии 3.2b, была создана для характеристики трения льда в конькобежном спорте [12].

Модель 3.2b позволяет рассчитывать динамический коэффициент трения при скольжении лезвия по льду. Данная модель предусматривает выполнение трех основных функций. **Во-первых**, она применяется для расчета силы, требующейся для оставления борозды в результате движения полоза по льду. **Во-вторых**, она позволяет *регулировать точку плавления льда* в зависимости от давления лезвия на лед. И, наконец, **в-третьих**, поток (течение) Куэтта между лезвием и льдом используется для определения *сдвигающей силы* (усилия сдвига) между лезвием и жидким слоем расплавленного льда. Эта сдвигающая сила обратно пропорциональна толщине слоя расплавленного льда, возникающего между лезвием и льдом.

Толщина данного слоя зависит от шести факторов, в том числе от присутствия квазизжидкого слоя в месте контакта передней части полоза с поверхностью льда. По мере того, как полоз продолжает скользить по поверхности льда, толщина слоя расплавленного льда варьирует вдоль длины лезвия под влиянием остальных пяти факторов. Данные факторы включают сдвиг, вызываемый потоком Куэтта, три составляющих теплопроводности и сжимающий поток, который вырывается из-под поверхности лезвия по бокам.

Применяемая автором модель позволяет рассчитывать толщину слоя расплавленного льда на участках, расположенных как вдоль, так и поперек поверхности контакта между лезвием и льдом. Она обеспечивает расчет конечно-разностных соотношений в области от переднего до заднего сегмента полоза. При этом каждый сегмент по ширине полоза рассматривается независимо от других сегментов.

F.A.S.T. 1.5

Модель F.A.S.T. была впервые опубликована Penny et al. [12]. Данная модель применялась для расчета коэффициента трения между вертикальным лезвием конькобежного конька и льдом. Penny et al. присвоили этой модели цифровое обозначение 1.0. К тому моменту, когда программа была получена автором данной работы, в нее был внесен ряд изменений, и она уже носила название **F.A.S.T. 1.5**.

При сравнении результатов, полученных с применением данной модели, с экспериментальными данными измерений, проводимых DeKoning et al. [11], был обнаружен достаточно высокий уровень согласованности [12].

Расширение модели

Модели для конькобежных коньков

После получения модели F.A.S.T. 1.5 автор диссертации перевел ее код на язык программирования C++. По окончании процедуры преобразования языка программирования было выполнено сравнение обоих кодов при проведении ряда имитационных экспериментов по расчету коэффициентов трения для разных температур льда и скоростей конькобежцев.

Результаты, полученные при применении обеих моделей, оказались эквивалентными. Это дало возможность отказаться от модели на языке Fortran, и вся последующая работа выполнялась с применением новой программы, написанной на языке C++.

Второй этап адаптации модели F.A.S.T. заключался в верификации параметров, использованных в данной модели. При этом была выполнена корректировка ряда параметров модели, включая высоту, в условиях которой проводился эксперимент, скрытую теплоту плавления льда и толщину квазижидкого слоя на поверхности льда.

По мнению автора данной работы, корректировка этих и других параметров способствует более объективному отражению реальных условий. Однако данные изменения оказали незначительное влияние или вообще не повлияли на результаты применения данной модели, которая не отличается чувствительностью к данным факторам.

Из модели была также удалена программа оценки шага конькобежца, поскольку она не имела никакого отношения к реализации конечной цели настоящего исследования, которая состояла в моделировании движения полозьев бобслейных саней.

При содействии персонала Олимпийского овала Калгари было выполнено сравнение температур поверхностного и нижнего базального слоя льда. После обсуждения данной проблемы с Tracy Seitz [71], бывшим директором санно-бобслейной трассы Канадского олимпийского парка и нынешним директором трассы «Whistler Sliding Centre», температура базального льда, которая в модели была представлена константой -18°C , была изменена и установлена на 2°C ниже температуры поверхности льда.

В связи с тем, что это изменение повлияло на результаты эксперимента, необходимо проведение более тщательного исследования данного параметра в будущем. В основе данного исследования могло бы лежать размещение температурных датчиков на разной глубине и измерение температурного градиента.

В начале реализации данного проекта еще не был известен состав стандартизованной стали, установленный Международной федерацией бобслея и тобогана (ФИБТ). По причинам, связанным с охраной прав собственности, литература по составу стали, применяемой для изготовления полозьев бобслейных саней, отсутствовала. 28 октября 2008 г. во время соревнований на кубок Америки в Парк-Сити, штат Юта, автор имел возможность обсудить данную проблему с инспектором по контролю полозьев саней [72]. Согласно полученной от инспектора информации за основу стандартизованной стали ФИБТ была взята нержавеющая сталь 17-4.

Таким образом, стандартизованная сталь обладает физическими свойствами нержавеющей стали 17-4 и содержит легирующие добавки, соответствие которых может быть проверено органами контроля при отборе проб стали на анализ. Используя данные сведения, автору настоящей работы удалось получить информацию о свойствах стали (теплопроводности, плотности и удельной теплоёмкости) у ряда поставщиков [59, 73] и использовать ее для адаптации соответствующего компонента программы.

Следующий этап адаптации модели заключался в определении вариации толщины слоя расплавленного льда. В модели толщина слоя расплавленного льда обозначается буквой h . Этот показатель равен толщине квазижидкого слоя под передним сегментом лезвия и возрастает вдоль длины полоза.

Модель F.A.S.T. 1.5 предусматривала расчет вариации слоя расплавленного льда, выражаемой как $\Delta(h_2)$, вдоль длины полоза.

Предполагалось, что это позволяет избежать сингулярности при расчете [12]. Однако в этом нет необходимости. Сингулярности можно избежать, начиная расчеты не с того места, где полз впервые контактирует со льдом в передней части лезвия ($x = 0$), а с первого этапа модели.

Второе необходимое допущение состоит в том, что толщина слоя расплавленного льда всегда должна быть выше нуля. Автор настоящих исследований преобразовал модель для расчета вариации толщины слоя расплавленного льда по отношению к Δh . Это упростило процедуру расчетов.

Программа F.A.S.T. 1.5 содержала условие, запрещающее снижение толщины слоя расплавленного льда в направлении заднего сегмента лезвия. В исходной модели ввод данного условия был обусловлен необходимостью предотвращения падения до нуля толщины слоя расплавленного льда, контактирующего с передним сегментом лезвия, что привело бы к нереально высоким величинам трения.

Это условие не было достаточно обосновано Penny et al. [12]. В предлагаемой автором работы модификации модели это условие заключается в том, что толщина слоя расплавленного льда никогда не может быть ниже толщины квазижидкого слоя, поскольку присутствие данной толщины слоя расплавленного льда на поверхности льда принималось в виде допущения.

Однако во время расчетов, выполняемых в рамках данной диссертации, автору так и не пришлось прибегнуть к этому условию. Вероятно, это не потребовалось, поскольку температура базального льда так и не достигла $-18 \pm C$. Данное модифицированное условие предусматривает снижение толщины слоя расплавленного льда, но она не может снижаться до нуля. Автор считает, что благодаря этим изменениям модель приобрела новую форму, и потому он ссылается на нее как на F.A.S.T. 2.0.

В процессе модификации модели возник вопрос, связанный с твердостью поверхности льда. В программном коде F.A.S.T. 1.5 для определения твердости льда применялись величины длины отпечатков, оставляемых наступающим на лед конькобежцем. Подобного типа измерения в значительной степени зависят от движения конькобежца и отличаются трудностью выполнения. Кроме того, этот процесс занимает гораздо больше времени (измеряется в секундах) по сравнению со временем, необходимым для прохождения данного участка льда во время скоростного бега на коньках (измеряется в миллисекундах).

У автора работы возникло опасение в отношении недооценки твердости льда, поскольку она уменьшается с увеличением времени контакта [54]. По этой причине им был проведен новый анализ твердости льда, описание которого дано в главе 3. В модели F.A.S.T. 1.5 длина неподвижного контакта (статическая длина контакта) лезвия со льдом l_s рассчитывается с помощью уравнения баланса сил 4.1.

$$l_s = \frac{F_g}{\bar{P}w} \quad (4.1)$$

Где: F_g – сила давления лезвия на поверхность льда, \bar{P} – динамическая твердость льда и w – ширина лезвия.

В главе 3 также была рассмотрена проблема упругого восстановления поверхности льда после удара. Если предположить, что удары и отпечатки лезвий вызывают сходную деформацию и повреждение льда, то можно считать упругое восстановление потенциальным источником восстановления поверхности льда после скольжения лезвия.

Данный эффект проиллюстрирован на рис. 27. Полное восстановление поверхности льда вслед за лезвием, движущимся вправо, показано на рис. 27а. Этот рисунок может также служить иллюстрацией восстановления после воздействия неподвижного лезвия. На рис. 27б изображена поверхность льда с пренебрежимо малым восстановлением, на рис. 27с – с частичным восстановлением.

В программу F.A.S.T. 1.5 было включено предположение, что в случаях неполного восстановления льда длина контакта движущегося лезвия со льдом будет меньше, чем для неподвижного лезвия. При этом величина длины контакта движущегося лезвия будет в 0,5-1 раз меньше длины неподвижного контакта лезвия со льдом l_s , как показано на рис. 27с.

В главе 3 данных исследований было продемонстрировано, что упругое восстановление льда при низкой энергии удара является пренебрежимо малым, как это проиллюстрировано на рис. 22.

Вопреки данному наблюдению автор придерживается мнения, что динамическая длина контакта должна всегда быть равна l_s , рассчитываемой с помощью уравнения 4.1. Ведь если длина контакта будет меньше, чем l_s , твердость льда также должна быть больше P , а превышение динамической твердости льда не является обоснованным с точки зрения физики. Отсюда следует, что длина контакта равна l_s , и форма проявления контакта соответствует изображению на

рис. 27б. Это указывает на более глубокое проникновение лезвия внутрь поверхности льда и более продолжительную длину контакта, чем это отражено в программе F.A.S.T. 1.5. При этом наблюдается одновременное возрастание сил пропахивания и сдвига.

F.A.S.T. 2.0b

F.A.S.T. 2.0b представляет собой первую версию модели, отражающую различия между лезвиями коньков в конькобежном спорте и полозьев саней в бобслее при взаимодействии с поверхностью льда.

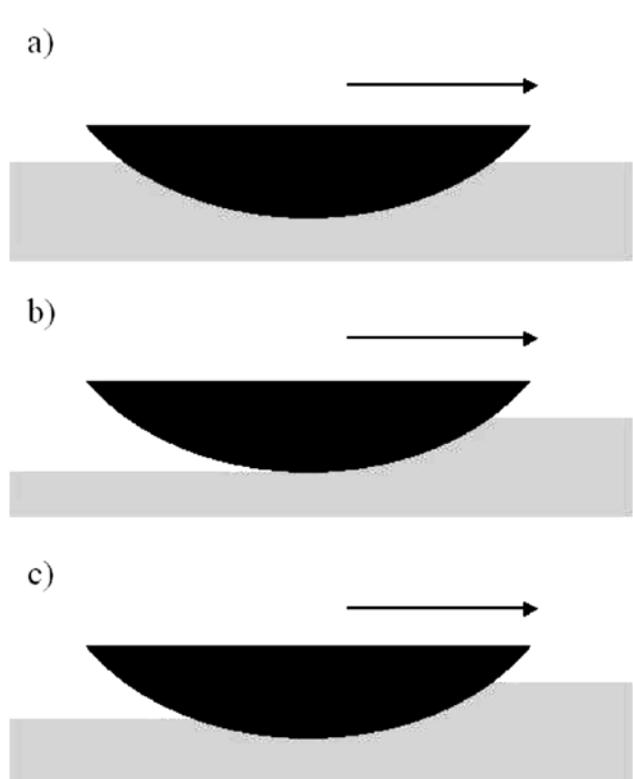


Рисунок 27. Диаграмма, иллюстрирующая потенциальное восстановление поверхности льда (серый цвет) вслед за воздействием лезвия конька (черный цвет): а) полное восстановление, б) отсутствие восстановления, в) частичное восстановление (стрелки указывают направление движения)

Первое из основных различий между обеими спортивными дисциплинами заключается в форме лезвия.

В конькобежном спорте поверхность лезвия является плоской по ширине, в бобслее она выпуклая с радиусом поперечного сечения r_c , как показано на рис. 28. Радиус поперечного сечения полоза для мужского боба-двойки достигает более 4 мм, мужского боба-четверки – более 6 мм.

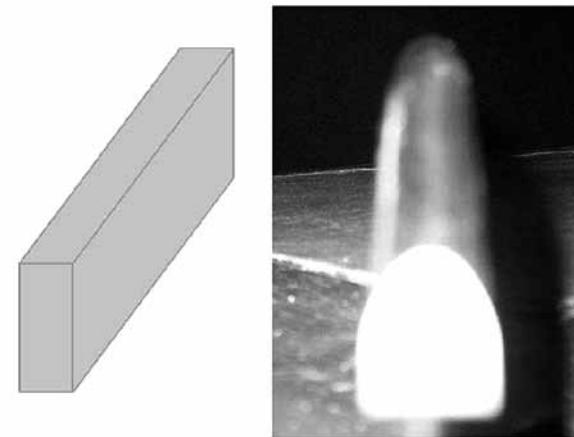


Рисунок 28. Слева показана геометрическая форма лезвия конька; справа – фотография полоза бобслейных саней

Кроме того, лезвия конькобежных коньков гораздо меньше как в ширину (~ 1 мм), так и в длину (~ 0,4 м), чем лезвия полозьев боба (~ 14 мм и ~1 м).

Эта разница в размере и форме лезвий указывает на разницу в форме контактной поверхности со льдом в обоих видах спорта. Форма поверхности контакта со льдом для полоза боба представляет собой сегмент тороидальной поверхности. Следует отметить, что автор данной работы исходил из предположения, что ось изгиба или главная (большая) ось полоза (тора) является постоянной величиной.

Описываемые во 2-ой главе профили полозьев свидетельствуют о том, что данное предположение не будет верным для всего полоза в целом. Однако, поскольку длина контакта полоза с плоской поверхностью льда составляет всего лишь около 5 см, ось изгиба может считаться постоянной для данной длины.

Восстановление льда после воздействия лезвия полоза является пренебрежимо малым. Поэтому автор использует приближенное выражение проекции контактной поверхности на поверхность льда в виде полуэллипса.

Для расчета его большой и малой осей применялось уравнение балласта сил. Программа F.A.S.T. 1.5 написана в декартовой системе координат. С учетом характерных особенностей полозьев бобслейных саней система координат была переориентирована таким образом, чтобы было возможно использовать цилиндрические координаты для расчета сжимаемого потока с той же самой осью z , как и в декартовой системе, применяемой автором в остальных расчетах. Рассчитываемый автором сжимаемый поток выходит из-под боковых граней лезвия.

В целях модификации модели с учетом характерных особенностей полозьев боба потребовалось изменить также ряд других параметров. К ним относятся распределение веса между всеми полозьями, ось изгиба и радиус поперечного сечения полоза.

Данные изменения потребовали проведения повторной оценки силы пропахивания, ширины контакта полоза со льдом и сжимаемого потока. Как и в модели конькобежного конька, данная версия модели позволяет исследовать контакт со льдом только одного лезвия полоза. В основе данной модели лежит предположение, что скольжение полоза происходит по плоскому льду при постоянном наклоне желоба. *Настоящая модель пока не приспособлена к исследованию полозьев боба при движении на поворотах.*

F.A.S.T. 3.0b

На рис. 29 изображены проекции поверхностей контакта полоза боба и конькобежного конька с поверхностью льда.

Если предположить, что движение полоза боба происходит вдоль оси z параллельно ориентации лезвия (ось x в программе F.A.S.T. 1.5), то точка на поверхности льда, расположенная под центром лезвия, контактирует с лезвием более длительное время, по сравнению с точками, находящимися вблизи краев лезвия (максимальное и минимальное положение на оси y).

Это приводит к тому, что для заданного значения z слой расплавленного льда будет толще в центре лезвия полоза, чем по его краям. Однако данный феномен не будет иметь место по отношению к лезвию конькобежного конька, поскольку в этом случае время контакта не зависит от положения на оси y .

Толщина слоя расплавленного льда не зависит от координат лезвия конька на оси y . Что касается полоза боба, время контакта между точкой на льду и полозом представляет собой функцию y .

Следовательно, в бобслее толщина слоя расплавленного льда зависит от положения полоза относительно осей y и z . Этот факт заставляет ввести в численные расчеты дополнительное измерение.

F.A.S.T. 3.1b и 3.2b

При разработке двух этих версий модели учитывался тот факт, что боб имеет четыре полоза, которые одновременно контактируют со льдом. Прежде всего, автор исходит из предположения о симметричности данного взаимодействия.

Предполагается, что левая и правая стороны саней проявляют аналогичные реакции и отличаются одинаковым распределением веса.

Обсуждение данного вопроса со спортсменами [74] и измерения, выполняемые с использованием тренировочных саней в Ледовом доме в Калгари, свидетельствуют о том, что на задние полозья приходится в основном от 55 до 60% от общего распределения веса на все сани.

Данное распределение веса может варьировать в зависимости от разных конструкций саней и от предпочтения спортсменов. В данной модели автор использовал соотношение между длиной кронштейнов передних и задних полозьев для определения распределения веса на передние и задние полозья. Это соотношение соответствовало приблизительному распределению веса, применяемому спортсменами.

В мужском бобе-двойке отверстия для прикрепления передних полозьев к кронштейнам, а, следовательно, и к саням, находятся на расстоянии 585 мм друг от друга. Для задних полозьев это расстояние равно 743 мм [75].

Используя вышеуказанные величины расстояний между полозьями, было вычислено, что 44% веса саней приходится на передние полозья и 56% на задние. Общий вес мужского боба-двойки вместе со спортсменами составлял 390 кг.

В версии F.A.S.T. 3.1b рассматриваются передние и задние полозья, характеризующиеся абсолютной точностью юстировки, то есть задний полоз движется по следу переднего полоза, оставляя только одну борозду на льду.

В этом случае, как только задний полоз достигает борозды, оставленной передним полозом, он контактирует с данной бороздой по всей ее ширине. Однако длина контакта при этом будет иметь бес-

конечно малую величину. В целях увеличения длины контакта полоз будет опускаться все глубже в лед до тех пор, пока площадь контакта не достигнет достаточной величины, чтобы выдерживать вес, приходящийся на данный полоз. При этом контактная поверхность заднего полоза больше не сможет выражаться в виде полуэллипса.

Если рассмотреть верхнее изображение на рис. 29, то можно убедиться, что фактическая контактная поверхность представляет собой левую половину полуэллипса.

В упрощенной форме автор характеризует ее как трапецию (рис. 30). Ее минимальная ширина соответствует максимальной ширине, оставляемой передним полозом (y_{max}), при этом длина l_{sr} и максимальная ширина y_{max} определяются с применением уравнения баланса сил.

В данной версии модели учитывается возможность присутствия определенной части слоя расплавленного льда, оставшегося от прохождения переднего полоза, при входе в борозду заднего полоза.

Для определения присутствия данного явления, автором используются показатели расстояния между точками контакта со льдом на переднем и заднем полозьях и скорости саней для расчета времени между двумя данными контактами. Затем он измеряет величину направленного вовнутрь льда теплового потока в целях определения того, являлось ли время до прохождения лезвия заднего полоза достаточным для повторного замерзания слоя расплавленного льда, оставшегося от переднего полоза. Во всех проводимых им имитационных



Рисунок 29. Полоз боба (вверху) имеет вытянутую полуэллиптическую контактную поверхность со льдом, в то время как контактная поверхность лезвия конькобежного конька со льдом (внизу) имеет прямоугольную форму (изображения отпечатков выполнены без соблюдения масштаба)

экспериментах повторное замерзание происходило в тех случаях, когда температура поверхности льда опускалась ниже -2°C .

Разработка теории

Вслед за приведенным выше изложением изменений, внесенных автором диссертации в исходную модель, он представляет подробное описание современного состояния данной модели (F.A.S.T. 3.1b и 3.2b).

Контакт между полозьями и льдом

Первый этап модели заключается в определении профиля контакта между полозьями и льдом. Контактная поверхность на плоскости поверхности льда A_f (переднего полоза) и A_r (заднего полоза) характеризуется твердостью льда \bar{P} и долей гравитационной силы саней, приходящейся на передний (F_{fg}) или задний (F_{rg}) полоз во время его воздействия на лед.

$$A_f = \frac{F_{fg}}{\bar{P}} \quad (4.2)$$

Распределение веса на передние и задние полозья было рассмотрено в предыдущих разделах этой главы. Максимальная глубина проникновения вглубь льда, d_{max} , может быть рассчитана на основе геометрических параметров лезвия, а также угла наклона полоза

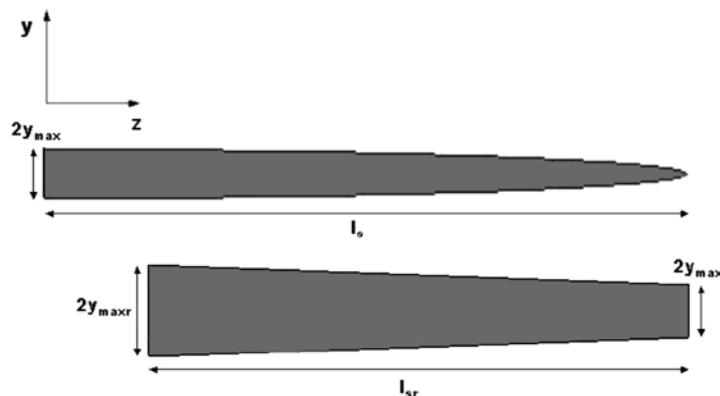


Рисунок 30. Диаграмма отпечатков на льду контактной поверхности переднего (вверху) и заднего (внизу) полозов в программе F.A.S.T. 3.1b. (рисунок выполнен без соблюдения масштаба)

по отношению к поверхности льда. Наклон полоза определяется на основе восстановления поверхности льда после прохождения по ней лезвия. В главе 3 было указано, что на спортивных объектах, включая ледяной желоб в бобслее, восстановление ледовой поверхности является пренебрежимо малым. На рисунке 27 б показана форма контактной поверхности в боковой проекции.

При построении модели переднего полоза с применением программы F.A.S.T. 3.1b и моделей обоих полозьев с применением программы F.A.S.T. 3.2b контактная поверхность при виде сверху имеет форму полуэллипса, как это изображено на рис. 30. Три данных полоза будут подробно рассмотрены до того, как будут проведены исследования заднего полоза с применением программы F.A.S.T. 3.1b.

Проанализировав диаграмму на рис. 30, уравнение 4.2 может быть выражено в виде уравнения 4.3, где y_{max} – максимальная полуширина контактной поверхности переднего полоза, l_s – максимальная длина контактной поверхности.

$$A_f = \frac{F_{fg}}{P} = \frac{\pi}{2} \cdot y_{max} \cdot l_s \quad (4.3)$$

Схематическое изображение максимальной глубины проникновения d_{max} при виде сбоку (z, R, l_s) или спереди (y, r_c, y_{max}) приведено на рис. 31.

Как было упомянуто в главе 2, для модели F.A.S.T. были рассчитаны величины оси изгиба $R = (20-48)$ и радиуса поперечного сечения $r_c = (4,0-5,5)$ мм. Применяя изображение на рис. 31, теорему Пифагора и простую алгебру, мы можем определить максимальную длину и полуширину контакта с помощью уравнений 4.4 и 4.5, соответственно.

$$l_s = \sqrt{2Rd_{max} - d_{max}^2} \quad (4.4)$$

$$y_{max} = \sqrt{2r_c d_{max} - d_{max}^2} \quad (4.5)$$

Данное соотношение может быть упрощено путем определения порядков величин параметров контактной поверхности ($R \sim 10$ м, $r_c \sim 10^{-3}$ м, $d_{max} \sim 10^{-5}$ м).

Таким образом, уравнения 4.4 и 4.5 могут быть представлены в упрощенном виде как уравнения 4.6 и 4.7, соответственно.

В результате включения этих двух уравнений в уравнение 4.3 получается уравнение 4.8.

$$l_s = \sqrt{2Rd_{max}} \quad (4.6)$$

$$y_{max} = \sqrt{2r_c d_{max}} \quad (4.7)$$

$$\frac{F_{fg}}{P} = \frac{\pi}{2} \sqrt{2r_c d_{max}} \sqrt{2Rd_{max}} \quad (4.8)$$

Преобразовав уравнение 4.8 для расчета величины d_{max} , получаем уравнение 4.9.

$$d_{max} = \frac{F_{fg}}{\pi P \sqrt{Rr_c}} \quad (4.9)$$

Данное уравнение применяется для определения глубины проникновения передних полозьев как в версии F.A.S.T. 3.1b, так и в версии 3.2b.

Решение d_{max} может быть включено в уравнения 4.6 и 4.7 для определения величин l_s и y_{max} . При расчете глубины проникновения в лед задних полозьев (d_{max}) в программе F.A.S.T. 3.2b величина веса саней, приходящегося на передний полоз FG , просто заменялась на величину распределения веса саней на задний полоз.

Задние полозья модели боба F.A.S.T. 3.1b проходили по следам, оставляемым передними полозьями. Как только задний полоз начинает входить в борозду, оставленную передним полозом, он занимает всю ширину борозды, но не имеет длины контакта. В целях увеличения длины контакта полоз начинает проникать глубже внутрь льда до тех пор, пока контактная поверхность не достигает величины, достаточной для того, чтобы выдерживать вес боба, распределенный на задний полоз.

При виде сверху данная контактная поверхность будет иметь форму, близкую к трапеции (рис. 30). Она будет иметь минимальную полуширину y_{max} переднего полоза, максимальную полуширину y_{maxr} и длину контакта l_{sr} .

В результате получается площадь контактной поверхности, рассчитанная с помощью уравнения 4.10.

$$A_{sr} = \frac{F_{rg}}{P} = (y_{max} + y_{maxr}) \cdot l_{sr} \quad (4.10)$$

Ширина контакта может быть определена с применением того же метода, что и для передних полозьев. В результате получается уравнение 4.11.

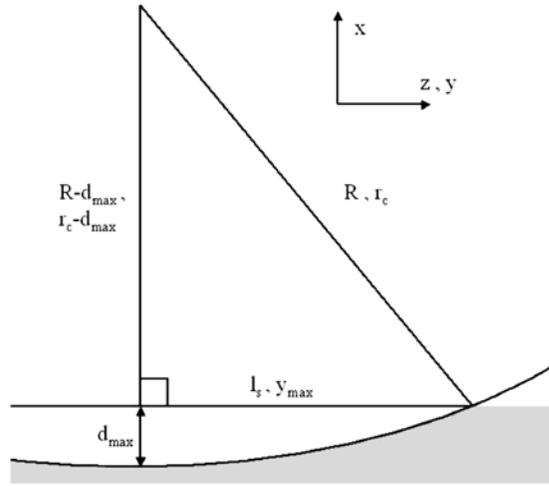


Рисунок 31. Схематическое изображение проникновения полоза боба вглубь льда (на данном рисунке геометрия проникновения полоза представлена как в боковой проекции /первые параметры/, так и при виде спереди /вторые параметры/; изображения выполнены без соблюдения масштаба)

Этот же метод может быть использован для определения длины контакта. Однако исходная глубина проникновения заднего полоза соответствует величине d_{max} для переднего полоза.

$$y_{max} = \sqrt{2r_c d_{max} - d_{max}^2} \quad (4.11)$$

В данном случае аналитическое решение для величины d_{max} (максимальной глубины проникновения заднего полоза) отсутствует. В связи с этим модель F.A.S.T. обеспечивает ее численное решение. В начале расчета данная величина представляется в виде формулы $d_{max} = 2d_{max}$.

Затем выполняется расчет подлежащего проверке параметра $test$ в уравнении 4.13 и его оценка с помощью уравнения 4.14.

Если неравенство, выражаемое уравнением 4.14, верно, то величина d_{max} уменьшается, если неверно, то данная величина увеличивается. Эта процедура повторяется вплоть до достижения желаемой точности

$$l_{sv} = \sqrt{2R(d_{max} - d_{max}) - (d_{max} - d_{max})^2} \quad (4.12)$$

$$test = \left(y_{max} + \sqrt{2r_c d_{max} - d_{max}^2} \right) \sqrt{2R(d_{max} - d_{max}) - (d_{max} - d_{max})^2} \quad (4.13)$$

$$\frac{|test - \frac{F_{r2}}{P}|}{test} > 0 \quad (4.14)$$

Сила пропахивания при трении

Площадь поперечного сечения, перпендикулярная движению, которая пропахивается во льду полозьями, обозначается как a_f (для переднего полоза) и a_r (для заднего полоза). Данная величина используется вместе с величиной твердости льда для расчета силы пропахивания, возникающей в результате движения боба. Поскольку все измерения твердости льда выполнялись с применением вертикального свободного падения, при котором создается касательное усилие (скальвающее усилие), можно предположить присутствие изотропии в твердости льда, так как при применяемой нами точности измерений любого рода анизотропия будет пренебрежимо мала.

Согласно условию программы F.A.S.T. 3.1b задний полоз полностью пропахивает борозду, оставленную передним полозом, поэтому для расчета силы пропахивания в уравнении 4.15 требуется только размер поперечного сечения заднего полоза.

$$\vec{F}_p = -\bar{P} a_r \hat{v} \quad (4.15)$$

где a_r – площадь круга с радиусом r_c , усеченная на уровне d_{max} , которая характеризуется интегралом в уравнении 4.16.

$$a_r = \int_{r_c - d_{max}}^{r_c} \int_{-\sqrt{r_c^2 - x^2}}^{\sqrt{r_c^2 - x^2}} dy \cdot dx \quad (4.16)$$

Данное уравнение может быть решено как уравнение 4.17.

$$a_r = r_c^2 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \left(1 - \frac{d_{max}}{r_c} \right) \right) - (r_c - d_{max}) \sqrt{2r_c d_{max} - d_{max}^2} \quad (4.17)$$

В модели, создаваемой посредством версии F.A.S.T. 3.2b, присутствуют две четко выраженных борозды от полозьев. В данном случае площадь пропахивания полозом также определяется по уравнению 4.17. Однако d_{max} имеет другую величину по сравнению с программой F.A.S.T. 3.1b. Передний полоз пропахивает площадь поверхности льда, рассчитываемую с помощью уравнения 4.18.

$$a_f = r_c^2 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \left(1 - \frac{d_{max}}{r_c} \right) \right) - (r_c - d_{max}) \sqrt{2r_c d_{max} - d_{max}^2} \quad (4.18)$$

Сила пропахивания для модели F.A.S.T. 3.2b определяется с применением уравнения 4.19.

$$\vec{F}_p = -\bar{P}(a_f + a_w)\hat{v} \quad (4.19)$$

Влияние давления на точку плавления льда

В то время как таяние льда под давлением не может служить достаточным объяснением низкого трения на льду при температурах ниже -2°C , тем не менее, давление оказывает влияние на точку плавления льда. Это влияние характеризуется отношением Клаузиуса-Клапейрона в уравнении 4.20 [76].

$$T_m = -7.37 \times 10^{-8} \text{ }^\circ\text{C}/\text{Pa} \quad (4.20)$$

Данная модель учитывает вызываемое давлением снижение точки плавления льда.

Поток Куэтта

Поток Куэтта представляет собой ламинарный поток жидкости между двумя движущимися относительно друг друга плоскостями. В случае скольжения по льду полоза боба с образующимся при этом тонким слоем расплавленного льда данный поток создает гидродинамическое сопротивление между полозом и льдом. Для переднего полоза гидродинамическое сопротивление определяется с помощью уравнения 4.21 [77].

$$\vec{F}_{sf} = - \sum_{j,k} \frac{\mu_w \vec{v}}{h_{j,k}} \Delta y \cdot \Delta z \quad (4.21)$$

где \vec{v} – скорость движения полоза по поверхности льда; $\mu_w = 1,79 \pm 10^{-3}$ кг/м·с – динамическая вязкость воды [78, 77]; j и k – целочисленные координаты шагов по осям y и z ; $h_{j,k}$ – толщина слоя расплавленного льда между полозом и льдом в заданной точке контактной поверхности; Δy – величина шага по ширине полоза и Δz – величина шага по длине полоза.

Величины потока Куэтта для каждого шага j и k на контактной поверхности суммируются, и аналогичная процедура расчета выполняется для заднего полоза. Значения Δy и Δz уменьшались вплоть до конвергенции. В данной модели эти величины составили $\Delta y = 10^{-7}$ м и $\Delta z = 10^{-6}$ м. Расчет толщины слоя расплавленного льда вдоль длины полоза описывается в соответствующих подразделах.

Поток Куэтта как для передних, так и для задних контактных поверхностей суммируется и прибавляется к силе пропахивания для расчета общего сопротивления, вызываемого взаимодействием полозьев с поверхностью льда. Эта сила делится на общий вес, прикладываемый к поверхности льда ($F_{fg} + F_{rg}$), в целях расчета коэффициента трения между полозьями и льдом.

Предсуществующий слой расплавленного льда

Предыдущие исследования позволяют предположить, что лед, температура которого ниже точки плавления, покрыт квазижидким слоем [79, 80]. Применяемая здесь модель основана на предположении, что толщина смазывающего слоя расплавленного льда у переднего края полоза, где он впервые вступает в контакт со льдом, соответствует толщине данного квазижидкого слоя.

$$h_{j,k} = 3.5 (-T_i/^\circ\text{C})^{-1/2.4} \text{ nm} \quad (4.22)$$

где T_i – температура поверхности льда. В настоящей работе исследовались температуры поверхности льда в диапазоне от -2 до -24°C .

Эту пленку на поверхности льда следует рассматривать как переохлажденную жидкость. Однако только малое количество жидкости быстро нагревается под действием лезвия полоза. Поэтому при выполнении расчетов с помощью применяемой модели эффект от нагревания данной жидкости оказался слишком незначительным для того, чтобы вызвать любого рода изменения в расчете коэффициента трения.

По этой причине при проведении всех расчетов данный слой рассматривался в качестве воды при температуре замерзания. Толщина квазижидкого слоя соответствует толщине слоя расплавленного льда в месте контакта переднего края полоза с поверхностью льда $z_0(y)$.

Как можно видеть на рис. 29, данный контакт переднего края лезвия происходит в разных позициях вдоль длины полоза для каждого значения по оси y . Толщина слоя расплавленного льда варьирует вдоль длины полоза в зависимости от напряжения сдвига, теплопроводности и сжимаемого потока.

В рамках данной модели расчеты для каждого значения по оси y выполняются независимо друг от друга.

Плавление льда от напряжения при сдвиге

Напряжение при сдвиге, вызываемое потоком Куэтта, порождает силу, которая увеличивает толщину слоя расплавленного льда. На основе уравнения 4.21 можно определить энергию, возникающую от напряжения при сдвиге, используя уравнение 4.23.

$$P_{shear} = \vec{F}_{sf} \cdot \vec{v} = \frac{\mu_w v^2}{h_{j,k}} \Delta y \cdot \Delta z \quad (4.23)$$

Далее данный показатель передачи энергии прибавляется к составляющим теплопроводности в целях определения общей передачи энергии слою расплавленного льда. Все остальные показатели рассчитываются как для передних, так и для задних полозьев.

Три составляющие теплопроводности

Существует три составляющие теплопроводности, определяющие влияние передачи тепла слою расплавленного льда и от него: медленная теплопроводность внутри льда, быстрая теплопроводность от слоя расплавленного льда к поверхности льда и теплопроводность от полоза к слою расплавленного льда.

Составляющая *медленной теплопроводности* возникает по причине того, что искусственный лед имеет более низкую температуру основания по сравнению с поверхностью. Энергия, передаваемая от поверхности льда [81, 82] рассчитывается с помощью уравнения 4.24.

$$P_{slow} = -\frac{k_i (T_i - T_b)}{h_{ice}} \Delta y \cdot \Delta z \quad (4.24)$$

Теплопроводность льда: $k_i = 2,25$ Вт/(м·К); температура поверхности льда: $T_i = -5^\circ\text{C}$ [83]; T_i и T_b – температура поверхности льда и температура основания льда; толщина льда $h_{ice} = 25$ мм [71, 84].

После обсуждения данной проблемы с Tracy Seitz [71], бывшим директором санно-бобслейной трассы Канадского олимпийского парка и нынешним директором трассы «Whistler Sliding Centre», автором данной работы было принято решение установить температуру базального льда на 2°C ниже ее показателя, предусмотренного в модели. Автор считает, что для более точного определения данного параметра было бы целесообразно провести дополнительные исследования.

Второй составляющей теплопроводности является быстрая теплопроводность. Именно она служит объяснением передачи энергии,

вызываемой разницей в температуре между жидким слоем расплавленного льда при температуре плавления T_m и температурой поверхности льда T_i [81, 82]. Эта зависимость отражена в уравнении 4.25.

$$P_{fast} = -\frac{k_i (T_m - T_i)}{\sqrt{\pi \kappa_s t}} \Delta y \cdot \Delta z = - (T_m - T_i) \sqrt{\frac{v \rho_i c_i k_i}{\pi (z_0(y) - z)}} \Delta y \cdot \Delta z \quad (4.25)$$

где t – время контакта между полозом и льдом; k_i – коэффициент теплопроводности льда; z – положение вдоль длины лезвия; $z_0(y)$ – положение z , соответствующее первому контакту со льдом переднего края лезвия в заданной точке по оси y ; $c_i = 2,04 \times 10^3$ Дж/(кг·К) – удельная теплоёмкость льда при температуре -9°C [85, 83]; $\rho_i = 917,5$ кг/м³ – плотность льда при температуре -4°C [86, 83]. К показателям ρ_i , c_i и k_i можно было бы еще прибавить показатель температурной зависимости. Однако при тестировании чувствительности модели F.A.S.T. не была обнаружена повышенная чувствительность полученных результатов к данным параметрам, и потому прибавление температурной зависимости было признано необязательным.

Третья составляющая теплопроводности характеризует теплопроводность от поверхности полоза. Эта составляющая определяется по уравнению 4.46, которое обладает большим сходством с уравнением 4.25.

$$P_{ползая} = \frac{k_s (T_s - T_m)}{\sqrt{\pi \kappa_s t}} \Delta y \cdot \Delta z = (T_s - T_m) \sqrt{\frac{v \rho_s c_s k_s}{\pi (z_0(y) - z)}} \Delta y \cdot \Delta z \quad (4.26)$$

где T_s – температура полоза.

После обсуждения данного вопроса с экспертом по бобслею международного уровня [87] и на основании результатов измерения температур полозьев 3 декабря 2010 г. во время соревнований мужских двоек на кубок мира по бобслею T_s была установлена на $0,2^\circ\text{C}$ выше T_m .

Точное измерение данного параметра могло бы оказаться чрезвычайно сложным. Он отличается высокой степенью зависимости от метеорологических условий и, прежде всего, от присутствия солнца.

Спортсмены стремятся поддерживать как можно более высокую температуру полозьев, не превышая при этом определенного стандартом уровня температуры полозьев более, чем на 4°C , то есть на разрешенную правилами величину [75]. В случае перегрева, зафиксированного в результате измерения стандартного полоза, органи-

затарам соревнований предписывается принять меры по охлаждению на льду полозьев саней всех команд перед началом заездов. Во время прохладного вечера полозья будут иметь температуру льда. В теплый солнечный день полозья также нагреются до более высокой температуры. При проведении тестирования на чувствительность результаты, полученные для применяемой в данных исследованиях модели, отличались чувствительностью к изменениям температуры полозьев.

Это указывает на необходимость дальнейших исследований данного параметра. Для стали 17-4 были установлены следующие параметры: $\rho_s = 7800 \text{ кг/м}^3$, $c_s = 460 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{°C)}$ и $k_s = 14,0 \text{ Вт/(м}\cdot\text{°C)}$ [59, 73].

Объединив все четыре указанные выше составляющие передачи энергии, получим уравнение 4.27.

Используя показатели плотности воды и скрытой теплоты плавления льда, равные, соответственно, $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$ и $l_f = 3,34 \times 10^5 \text{ Дж/кг}$, была рассчитана энергия, необходимая для расплавления пластины льда, согласно уравнению 4.28.

Приравняв уравнения 4.27 и 4.28, получается уравнение 4.29, с помощью которого можно определить влияние составляющих передачи энергии на толщину слоя расплавленного льда на протяжении длины полоза.

$$P = \Delta y \cdot \Delta z \cdot \dots \left(\frac{\mu_w v^2}{h_{j,k}} - \frac{k_i (T_i - T_b)}{h_{i,e}} - (T_m - T_i) \sqrt{\frac{v \rho_i c_i k_i}{\pi(z_0(y) - z)}} + (T_s - T_m) \sqrt{\frac{v \rho_s c_s k_s}{\pi(z_0(y) - z)}} \right) \quad (4.27)$$

$$P = \rho_w l_f \frac{\Delta z \cdot \Delta y \cdot \Delta h_{j,k}}{\Delta t} = \rho_w l_f v \cdot \Delta y \cdot \Delta h_{j,k} \quad (4.28)$$

$$\frac{\Delta h_{j,k}}{\Delta z} = \frac{1}{\rho_w l_f v} \cdot \dots \left(\frac{\mu_w v^2}{h_{j,k}} - \frac{k_i (T_i - T_b)}{h_{i,e}} - (T_m - T_i) \sqrt{\frac{v \rho_i c_i k_i}{\pi(z_0(y) - z)}} + (T_s - T_m) \sqrt{\frac{v \rho_s c_s k_s}{\pi(z_0(y) - z)}} \right) \quad (4.29)$$

Сжимаемый поток

Рассмотрим сжимаемый поток как конечный фактор, влияющий на толщину слоя расплавленного льда. Полоз оказывает давление сжатия на жидкий слой льда. При этом следует ожидать, что часть

жидкости будет выплескиваться из-под поверхности лезвия по бокам. Эта жидкость носит название сжимаемого потока и вызывает снижение толщины слоя расплавленного льда.

Описывая контактную поверхность между полозом боба и льдом, автор исследований высказывает предположение, что твердость льда является постоянной величиной. Отсюда следует, что лед оказывает постоянное давление на всю контактную поверхность лезвия полоза. Это предположение подтверждают результаты исследования Martel [61], а также данные, представленные на рис. 22, которые свидетельствуют о том, что средняя твердость льда остается на постоянном уровне, несмотря на вариацию порядков величин объема лунки от индентора (шара).

Если использовать данное предположение в отношении сжимаемого потока, получается постоянное давление в слое расплавленного льда под лезвием и нулевое давление там, где лезвие уже больше не присутствует. Это означает, что на протяжении единичного шага модели (Δy) давление в слое расплавленного льда вблизи боковой поверхности полоза может варьировать от величины твердости льда до нулевого уровня. Подобного рода крутой уклон вызывает формирование сжимаемого потока очень большой величины.

Фактически, если принять данные предположения за основу, сжимаемый поток вытеснит весь слой расплавленного льда, что приведет к нереально высоким показателям трения. Во избежание данной дилеммы автор проводимых исследований, обратился к предположениям, принятым при разработке программы F.A.S.T. 1.5. Этот выбор был обусловлен успехом применения модели F.A.S.T. 1.5 для прогнозирования коэффициента трения в конькобежном спорте. Согласно данным предположениям максимальное давление создается в центре лезвия и нулевое давление – по краям.

Это позволяет достичь реалистичного решения проблемы. Однако это может стать причиной недооценки сжимаемого потока и тем самым коэффициента трения.

В основе данного анализа лежит предположение о существовании постоянного давления вдоль длины лезвия, так что поток возникает только по бокам. Поскольку $l_s \geq y_{max}$, боковые участки лезвия служат основным источником сжимаемого потока.

На рис. 32 показан сжимаемый поток на одном из участков полоза. В связи с тем, что центр полоза представляет собой исходную точку контакта со льдом, слой расплавленного льда всегда будет иметь

наибольшую толщину в этом месте. Точное определение сжимаемого потока требует очень сложных и дорогостоящих расчетов. Для приблизительного определения сжимаемого потока мы предположили, что слой расплавленного льда имеет постоянную толщину по ширине, которая эквивалентна его минимальной толщине $h_{min,k}$. Данная толщина выступает в роли ограничивающего фактора сжимаемого потока. Здесь выполняется только один расчет для каждого шага Δz модели, и аналогичная процедура расчета должна быть применена по отношению ко всем значениям u для данного значения z .

Минимальная толщина показана на рис. 32 пунктирной линией, при этом предполагается, что жидкость ниже пунктирной линии находится в неподвижном состоянии.

Анализ сжимаемого потока начинается с применения уравнения Навье-Стокса 4.30.

$$\rho_w \left(\frac{\partial \vec{v}_j}{\partial t} + \vec{v}_j \cdot \nabla \vec{v}_j \right) = -\nabla p + \mu_w \nabla^2 \vec{v}_j + f \quad (4.30)$$

где \vec{v}_j – скорость движения жидкости в слое расплавленного льда, p – давление в слое расплавленного льда, f – внешние силы и t – время.

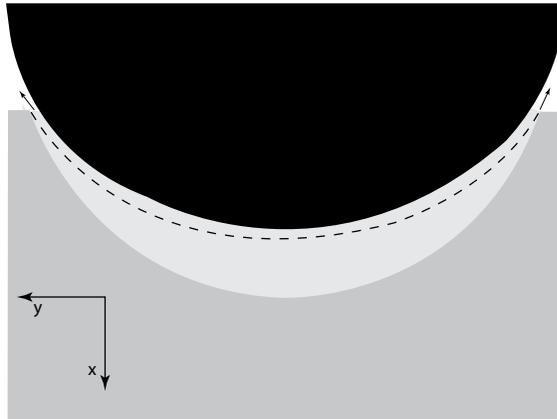


Рисунок 32. Изображение сжимаемого потока на одном из участков полоза (давление полоза приводит к выдавливанию слоя расплавленного льда по бокам, как показано стрелками; пунктирная линия соответствует минимальной толщине слоя расплавленного льда; рисунок выполнен без соблюдения масштаба)

При расчете сжимаемого потока было принято предположение о пренебрежимо малых ускорениях и внешних силах, а также о постоянном градиенте скорости во всем слое расплавленного льда. Автор также полагал, что давление является постоянным как по радиусу, так и вдоль длины полоза.

В этом случае уравнение Навье-Стокса может быть сокращено до уравнения 4.31. Были использованы цилиндрические координаты, центр которых совпадает с центром, применяемым при определении радиуса поперечного сечения поверхности полоза.

$$\nabla p = \mu_w \nabla^2 v_\theta \quad (4.31)$$

где v_θ – компонент скорости внутри жидкости, действующий параллельно поверхности полоза, показанной на рис. 32.

$$v_\theta(r) = \frac{1}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial \theta} \left(r - r_c - \frac{h_{min,k} \cdot \ln(r/r_c)}{\ln(1 + h_{min,k}/r_c)} \right) \quad (4.32)$$

Путем расширения уравнения 4.31 и применения граничных условий $v_\theta(r=r_c) = v_\theta(r=r_c + h_{min,k}) = 0$ можно решить дифференциальное уравнение второго порядка для расчета скорости жидкости 4.32.

Поскольку $h_{min,k}$ соответствует пунктирной линии на рис. 32, было выдвинуто предположение, что эта линия соответствует поверхности льда. Следовательно, уравнение непрерывности для решения данной задачи может быть сокращено до уравнения 4.33.

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (4.33)$$

Применяя уравнение 4.33 и граничное условие, заключающееся в том, что скорость на дне слоя расплавленного льда равна нулю – $v_r(r=r_c + h_{min,k}) = 0$, можно решить дифференциальное уравнение и определить радиальную скорость в жидкости у поверхности полоза с помощью уравнения 4.34.

$$v_r(r=r_c) = -\frac{h_{min,k} \partial^2 p}{\mu_w r_c \partial \theta^2} \left(r_c + h_{min,k} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\ln(1 + h_{min,k}/r_c)} \right) \right) \approx -\frac{h_{min,k}^3 \partial^2 p}{12 \mu_w r_c^2 \partial \theta^2} \quad (4.34)$$

Применяя аппроксимацию, основанную на том, что $h_{min,k} \sim 10^{-6}$ м намного меньше, чем $r_c \sim 10^{-3}$ м, уравнение 4.34 может быть преобразовано в постоянное дифференциальное уравнение второго порядка 4.35.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} = -\frac{v_r(r_o) h_{\min,k}^3}{12\mu_w r_o^2} \quad (4.35)$$

Используя граничные условия $p(\pm\theta_{\max}) = 0$, где полз начинает контактировать со льдом в месте с наибольшей шириной контакта и благодаря симметрии в середине ползоза, получается дифференциальное уравнение 4.37 для расчета давления внутри слоя расплавленного льда под поверхностью ползоза.

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \theta}\right)_{\theta=0} = 0 \quad (4.36)$$

$$p(\theta) = -\frac{6v_r\mu_w r_o^2}{h_{\min,k}^3} \left((\arccos(1 - d(z)/r_o))^2 - \theta^2 \right) \quad (4.37)$$

где $d(z)$ – глубина проникновения ползоза при $\theta = 0$. Теперь можно воспользоваться уравнением баланса сил 4.38.

Точки с обеих сторон ползоза, в которых он начинает контактировать

$$\int_{-\theta'}^{\theta'} p(\theta) \cdot \cos \theta \cdot dA = \frac{A_{fr}(z)}{A_t} mg = \bar{P} \cdot A_{fr}(z) \quad (4.38)$$

с поверхностью льда, имеют координаты, определяемые с помощью уравнения: $\pm \theta' = \arccos(1 - d(z)/r_o)$. A_t – общая площадь контакта между ползозом и льдом и $A_{fr}(z)$ – часть поверхности между z and $z + \Delta z$. \bar{P} – твердость льда.

После завершения интегрирования и определения скорости проникновения в слой расплавленного льда получается уравнение 4.39. Оно эквивалентно для всех значений j по ширине ползоза.

$$v_r(r_o) = \frac{\Delta h_{j,k}}{\Delta t} = \frac{\Delta h_{j,k}}{\Delta z} \cdot \frac{\Delta z}{\Delta t} = \dots \quad (4.39)$$

$$\dots = -\frac{\bar{P} h_{\min,k}^3 \sin(\arccos(1 - d(z)/r_o))}{12\mu_w r_o^2 (\sin(\arccos(1 - d(z)/r_o)) - (1 - d(z)/r_o) \arccos(1 - d(z)/r_o))}$$

Затем, используя величину угла, обозначаемую θ' , получаем уравнение 4.40.

$$v_r(r_o) = \frac{\Delta h_{j,k}}{\Delta t} = \frac{\Delta h_{j,k}}{\Delta z} \cdot \frac{\Delta z}{\Delta t} = -\frac{\bar{P} h_{\min,k}^3 \sin(\theta')}{12\mu_w r_o^2 (\sin(\theta') - (1 - d/r_o) \theta')} \quad (4.40)$$

Данное уравнение может быть преобразовано в уравнение 4.41, позволяющее оценить влияние сжимаемого потока на толщину слоя расплавленного льда.

$$\frac{\Delta h_{j,k}}{\Delta z} = -\frac{\bar{P} h_{\min,k}^3 \sin(\theta')}{12v\mu_w r_o^2 (\sin(\theta') - (1 - d(z)/r_o) \theta')} \quad (4.41)$$

При этом становится ясно, что первоначальное предположение автора данных исследований о том, что давление в слое расплавленного льда представляет собой постоянную величину, не может быть использовано в данных расчетах.

Однако можно предположить, что давление в слое расплавленного льда является постоянной величиной в пределах заданной области определения и уменьшается с прохождением расстояния больше применяемой в модели длины шага.

В этом случае будет получена более высокая величина сжимаемого потока по сравнению с прогнозируемой нами в данной модели, и, следовательно, более высокая величина силы трения. Предлагаемое выше решение для расчета сжимаемого потока представляет собой первую попытку его количественного определения в области бобслея. Для более тщательного рассмотрения данного аспекта модели необходимо проведение дополнительных исследований.

Применяя данную операцию по отношению к модели F.A.S.T. 3.2b в целях определения геометрии контактной поверхности между ползозом и льдом была использована температура льда и профиль ползоза.

На следующем этапе для расчета силы пропахивания была использована данная геометрия контактной поверхности. После этого в соответствии с уравнением Клаузиуса Клапейрона корректировалась точка плавления льда. Затем была рассчитана толщина квазижидкого слоя льда и использована в качестве величины толщины слоя расплавленного льда на переднем крае лезвия. Это послужило началом процедуры расчета толщины слоя расплавленного льда $h_{j,k}$ для всех значений y и z на контактной поверхности между льдом и передним ползозом.

Для этого были определены показатели напряжения при сдвиге, трех составляющих теплопроводности и сжимаемого потока. Значения $h_{j,k}$ были использованы для расчета напряжения при сдвиге между ползозом и слоем расплавленного льда, величины которого суммировались для всех значений y и z . Затем весь данный процесс был повторен в отношении заднего ползоза.

На следующем этапе силы пропахивания и общая сдвигающая сила для переднего и заднего ползозов складывались в целях опреде-

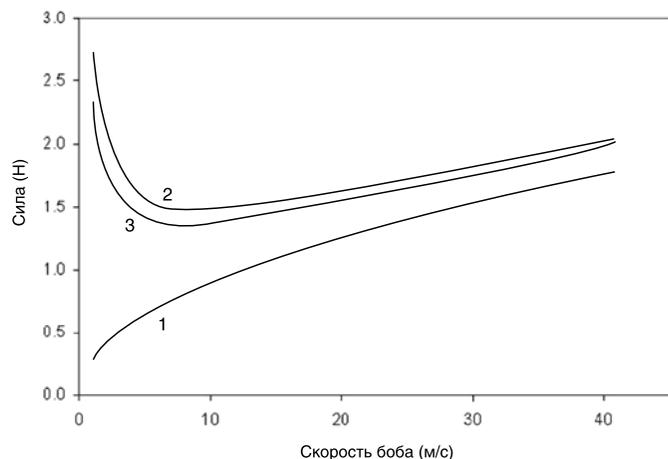
ления результирующей сил сопротивления, возникающих в результате взаимодействия с поверхностью льда.

Полученная результирующая сил сопротивления была разделена на общую тормозную силу, прилагаемую полозьями ко льду ($F_{fg} + F_{rg}$), для определения коэффициента трения между полозьями и поверхностью льда.

Данные моделирования и их анализ

Подробно изучив теорию, лежащую в основе разработки модели F.A.S.T., является целесообразным проанализировать ряд результатов, которые были получены путем выполнения вышеуказанных расчетов.

Начинать следует с исследования составных компонентов модели F.A.S.T. 3.2b, показанных на рис. 33.



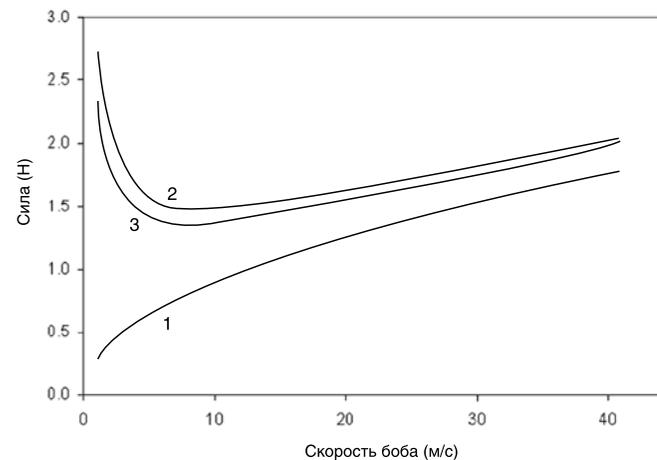
1. Только плавление
2. Плавление + медленная теплопроводность + быстрая теплопроводность
3. Плавление + все (составляющие) теплопроводности

Рисунок 33. Расчетная сдвигающая сила между полозом боба и льдом для компонентов модели F.A.S.T. 3.2b (голубая кривая представляет слой расплавленного льда под действием одного только напряжения при сдвиге, зеленая кривая включает передачу тепла льду от полоза и черная кривая изображает сжимаемый поток; данный тест позволяет определить относительную значимость каждого из данных составных компонентов модели; температура поверхности льда составляла -6°C)

Следует отметить невозможность получения сдвигающей силы, на которую бы не оказывали воздействия теплопроводность внутри льда или любые другие факторы, влияющие на толщину слоя расплавленного льда. Данный пример служит для определения относительного влияния различных компонентов модели F.A.S.T. 3.2b. Медленная теплопроводность составляет менее 0,1% теплопроводности внутри поверхности льда, следовательно, данный фактор может быть проигнорирован.

Сжимаемый поток, рассчитанный для данной модели, также оказывает незначительное воздействие на расчётные значения напряжения при сдвиге. Максимальный эффект сжимаемого потока составляет 0,7% от напряжения сдвига при скорости 41 м/с.

Таким образом, двумя главными факторами, влияющими на усилие сдвига, служат плавление льда, вызываемое напряжением при сдвиге, и теплопроводность внутри льда. **Первый фактор** характери-



1. Только плавление
2. Плавление + медленная теплопроводность + быстрая теплопроводность
3. Плавление + все (составляющие) теплопроводности

Рисунок 34. Силы сопротивления, действующие на полоз боба, при расчете для модели F.A.S.T. 3.2b (сплошная линия показывает результирующую силу сопротивления; изогнутая пунктирная линия изображает сдвигающую силу, а прямая пунктирная линия — силу пропахивания; температура поверхности льда равна -6°C)

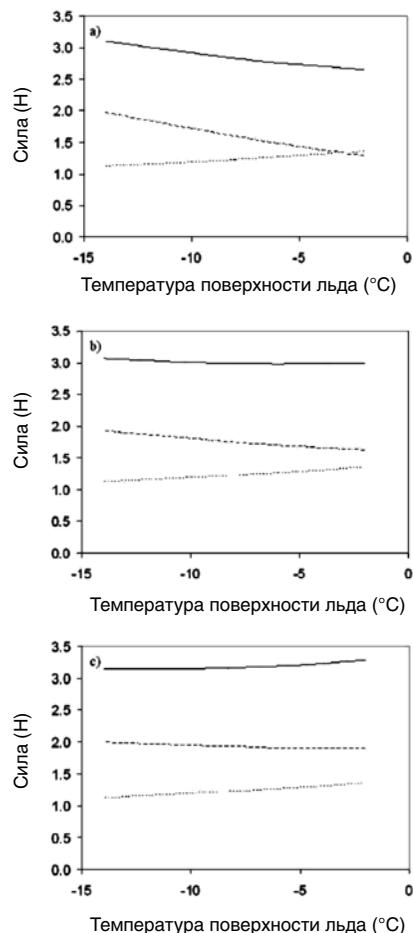


Рисунок 35. Действующие на полоз боба силы сопротивления при расчете в рамках модели F.A.S.T. 3.2b для скорости саней: а) 16 м/с, б) 26 м/с и в) 36 м/с. (точечная линия — сила пропахивания, пунктирная линия — сдвигающая сила, сплошная линия — результирующая сил сопротивления / пропахивание + сдвиг/)

зуется монотонным возрастанием с увеличением скорости боба, **второй фактор** — монотонным убыванием. При низких скоростях теплопроводность внутри льда выступает в роли ограничивающего фактора для толщины слоя расплавленного льда, приводя к возникновению высокой силы трения.

На рис. 34 проиллюстрировано влияние силы пропахивания в модели F.A.S.T. 3.2b. Сила пропахивания зависит только от твердости льда и профиля лезвия полоза. Она не зависит от скорости боба.

На рис. 35 дано графическое изображение сил сопротивления, действующих на полоз боба, в виде функции температуры поверхности льда. Сила пропахивания возрастает с повышением температуры. Это позволяет предположить, что при увеличении площади контакта достигается более высокий эффект пропахивания, чем при движении по более мягкому льду.

Как можно видеть на рис. 34, сила пропахивания не зависит от скорости бобслейных саней. Тот же самый эффект можно наблюдать на всех трех рисунках. Зависимость сдвигающей силы от температуры

Зависимость сдвигающей силы от температуры варьирует в зависимости от скорости боба. При низкой скорости сдвигающая сила уменьшается с ростом температуры в большей степени, чем увеличивается сила пропахивания, что вызывает снижение результирующей сил сопротивления с увеличением температуры.

При скорости 26 м/с кривые сил пропахивания и сдвига практически нейтрализуют друг друга, приводя к почти постоянной силе сопротивления для данного диапазона температур.

При скорости 36 м/с наблюдается инверсия результирующей сил сопротивления. Сдвигающая сила начинает выравниваться в данном диапазоне температур. Это приводит к возрастанию результирующей сил сопротивления с увеличением температуры.

На следующем этапе был выполнен расчет коэффициента трения между полозьями и поверхностью льда с постоянным наклоном при типичных температурах льда, скоростях саней, радиусах поперечного сечения и изгибе полоза. Прежде всего, исследовалась модель F.A.S.T. 3.1b.

Данная модель характеризуется полным выравниванием переднего и заднего полоза, так что задний полоз входит в борозду, оставленную передним полозом.

Исходя из опыта автора данной работы (как бобслеиста), была предпринята попытка достижения полного выравнивания полозьев по одной линии. При этом оба передних полоза были отрегулированы путем вставки стальных клинышков размером всего 0,13 мм. Для проверки точности выравнивания применялась выравнивающая планка. Та же процедура применялась по отношению к задним полозьям. Как показано на рис. 25, ширина следа, оставляемого полозом, составляла около 0,8 мм. Эти результаты были получены для более легкого тренировочного боба.

Использование модели F.A.S.T. позволяет предположить, что передние полозья более тяжелых бобслейных саней, предназначенных для участия в соревнованиях, вместе со спортсменами оставляют след шириной примерно 1,2 мм. Поскольку в условиях соревнований было более сложно выровнять задние полозья по отношению к передним, используя поверочную линейку или тонкую проволоку, автор предполагает здесь присутствие значительного «нахлеста». До сих пор, исследуя борозды, оставляемые бобслейными санями на поверхности льда, он наблюдал только один след. Однако его опыт наблюдений борозд от саней является очень ограниченным, и они проводились только в Ледовом доме (рис. 25) и на Олимпийском овале

Калгари. На бобслейной трассе обычно присутствует слишком много борозд для того, чтобы можно было бы точно определить среди них те, которые были оставлены какими-либо конкретными санями.

Коэффициент трения между полозьями боба и поверхностью льда, рассчитанный с использованием модели F.A.S.T. 3.1b, показан на рис. 36. При этом были использованы стандартные величины оси изгиба ($R = 34$ м) и радиуса поперечного сечения ($r_c = 4,75$ мм). Согласно наблюдениям автора при температуре $T_i = -2^\circ\text{C}$ коэффициент трения был значительно ниже по сравнению со всеми остальными исследуемыми температурами. Только при данной температуре слой расплавленного льда, создаваемый передним полозом, не полностью замерзал перед прохождением по нему заднего полоза. В течение своей карьеры бобслеиста автор никогда не был свидетелем таких низких фрикционных характеристик при небольших температурах. Обсуждение данной проблемы с тренерами по бобслею позволяет предположить, что подобный феномен не имеет места в условиях реальной практики [88, 89].

Следует отметить, что спортсмены разгоняют сани до скоростей, превышающих 10 м/с. Более низкие скорости не имеют значения в данном виде спорта, но их исследование представляет интерес, поскольку позволяет получить дополнительную информацию по трению льда и оценить корреляцию между результатами измерений трения льда при низких скоростях и результативностью в бобслее [10, 27, 90, 53].

Выравнивание передних и задних полозьев представляет собой более сложный процесс по сравнению с выравниванием левых и правых полозьев в целях обеспечения их параллельного движения. Кроме того, ширина следа, составляющая примерно 1,2 мм, имеет очень малую величину по сравнению с расстоянием между передними и задними полозьями (> 1 м). По этой причине было бы целесообразно исследовать возможность оставления задним полозом параллельного следа, не пересекающего борозду, оставляемую передним полозом.

Это исключило бы возможность присутствия слоя расплавленного льда перед прохождением заднего полоза в условиях сравнительно более высоких температур поверхности льда. Данные расчеты выполнялись с применением программы F.A.S.T. 3.2b, их результаты можно видеть на рис. 37. Для расчетов были использованы те же самые параметры полозьев, что и на рис. 36.

При применении программ F.A.S.T. 3.1b и 3.2b были получены очень сходные результаты за исключением $T_i = -2^\circ\text{C}$. Значения ко-

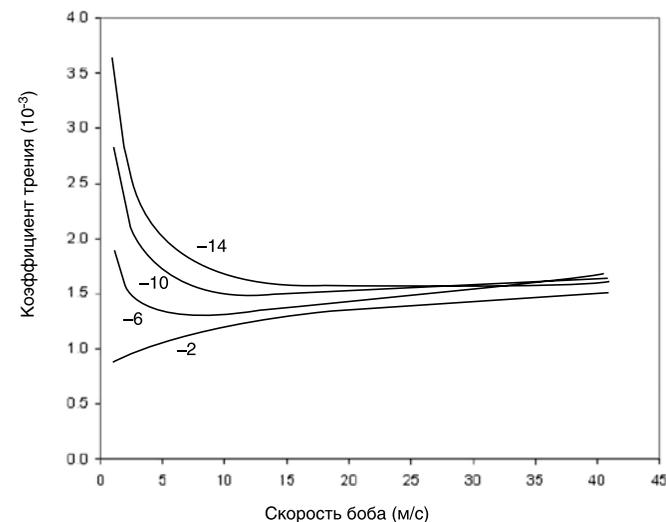


Рисунок 36. Коэффициент трения между полозьями боба и плоской поверхностью льда для разных скоростей саней и температур поверхности льда в диапазоне от -2 до -14°C (как передний, так и задний полозья следуют по одному следу /F.A.S.T. 3.1b/)

эффициентов трения, рассчитанные посредством программы F.A.S.T. 3.1b, оказались в среднем на 3,5% ниже, чем для модели F.A.S.T. 3.2b, при скоростях, превышающих 10 м/с. Поскольку результаты, полученные с применением программы F.A.S.T. 3.2b, очевидно, проявляют более высокую корреляцию с наблюдениями спортсменов и тренеров, особенно при более высоких температурах, в своих последующих исследованиях автор фокусирует главное внимание именно на этой модели.

На следующем этапе изучалось влияние снижения радиуса поперечного сечения полоза на трение льда в бобслее с применением модели F.A.S.T. 3.2b. Процедуры моделирования были в основном аналогичны тем процедурам, результаты, применения которых представлены на рис. 37. Их отличие заключалось только в значении радиуса поперечного сечения, а также в сокращении количества полученных данных и тем самым в разрешении скорости. Данные результаты были сопоставлены с результатами, показанными на рис. 37.

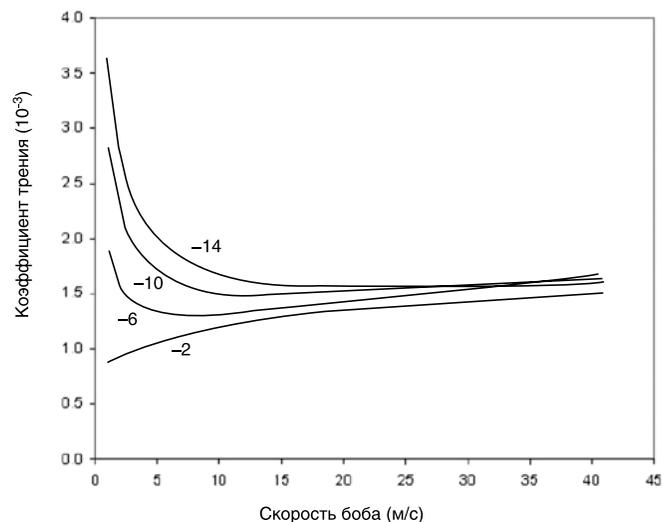


Рисунок 37. Коэффициент трения между полозьями боба и плоской поверхностью льда для разных скоростей саней и температур поверхности льда в диапазоне от -2 до -14°C. (передний и задний полозья оставляют два параллельных следа /F.A.S.T. 3.2b/)

На рис. 38 отражено влияние уменьшения радиуса поперечного сечения от $r_c = 4,75$ до 4,0 мм. Сокращение радиуса поперечного сечения полоза до 4,0 мм, привело к увеличению трения при всех скоростях, превышающих 10 м/с.

В среднем, влияние радиуса поперечного сечения полоза на трение льда в бобслее составило примерно 0,75%.

Влияние увеличения радиуса поперечного сечения показано на рис. 39. Полученные результаты свидетельствуют о том, что увеличение радиуса поперечного сечения от 4,75 до 5,5 мм, приводит к одновременному снижению трения полоза при всех скоростях более 10 м/с.

В среднем, достигаемый эффект составляет около 0,5%. Следует отметить, что при более низких температурах влияние изменения радиуса поперечного сечения сведено до минимума. При увеличении радиуса поперечного сечения, также происходит сокращение длины контакта, которая может влиять на управление бобом. Это служит источником повышенной опасности при движении саней по более хо-

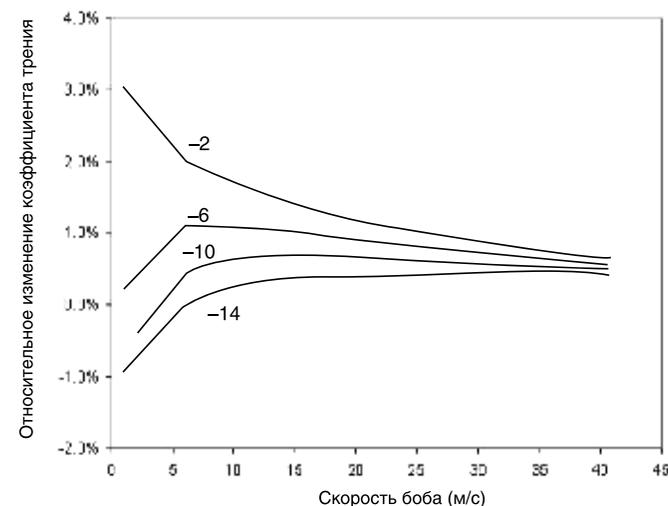


Рисунок 38. Относительное изменение коэффициента трения между полозьями боба и плоской поверхностью льда в результате снижения радиуса поперечного сечения полоза от 4,75 до 4,0 мм при разных скоростях саней и температурах поверхности льда в диапазоне от -2 до -14°C (передний и задний полозья оставляют два параллельных следа /F.A.S.T. 3.2b/)

лодному и твердому льду, когда управление бобом и без того вызывает дополнительные трудности.

Именно этим может быть объяснен тот факт, что при низких температурах спортсмены предпочитают полозья с меньшим радиусом поперечного сечения.

На следующем этапе изучалось влияние изменения оси изгиба полоза, то есть радиуса кривизны вдоль его длины. Здесь опять было выполнено моделирование с применением версии программы F.A.S.T. 3.2b. Все параметры были аналогичны параметрам, представленным на рис. 37 за исключением оси изгиба. Изгиб сокращался в пределах от $R = 34$ до 20 м, результаты были сопоставлены с результатами на рис. 37, и была определена их относительная разность, как показано на рис. 40.

Когда ось изгиба полоза сокращается до 20 м, сила трения между льдом/полозом возрастает при всех скоростях. Влияние сокращения оси изгиба от 34 до 20 м на силу трения достигает около 25%.

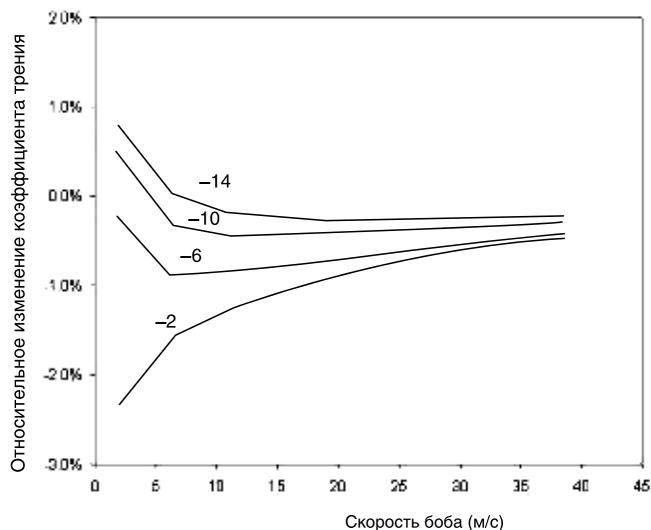


Рисунок 39. Относительное изменение коэффициента трения между полозьями боба и плоской поверхностью льда в результате увеличения радиуса поперечного сечения полоза от 4,75 до 5,5 мм при разных скоростях саней и температурах поверхности льда в диапазоне от -2 до -14°C (передний и задний полозья оставляют два параллельных следа /F.A.S.T. 3.2b/)

Было также проанализировано влияние увеличения оси изгиба на рис. 41. Увеличение изгиба от 34 до 48 м привело к снижению трения полоза для всех скоростей. В среднем для скоростей боба, превышающих 10 м/с, влияние на трение составляет около 12%. Увеличение оси изгиба также приводило к сокращению коэффициента трения при использовании модели конькобежного конька [91].

На основании данных результатов применения модели F.A.S.T. 3.2b был сделан вывод, что трение между поверхностью льда и полозом в основном сокращается при использовании более плоских полозьев.

Увеличение оси изгиба оказывает гораздо более сильное влияние на трение льда, чем увеличение радиуса изгиба (при увеличении обоих данных параметров в разумных пределах).

Следует отметить, что все эти результаты были получены для плоской поверхности льда. Угол поворота на трассе в Калгари имеет

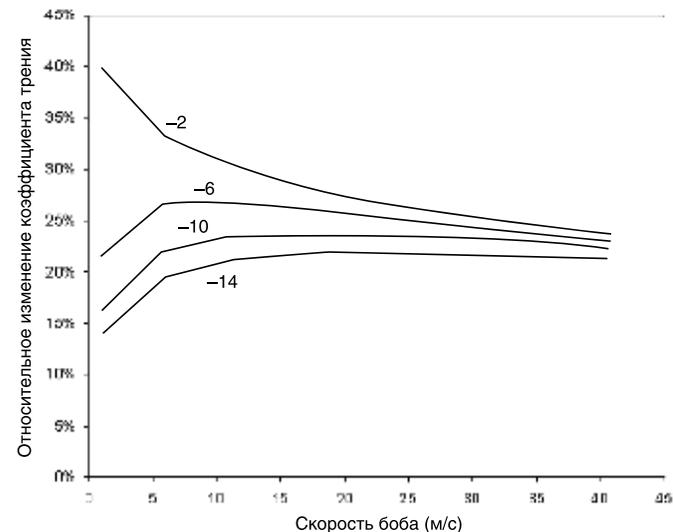


Рисунок 40. Относительное изменение коэффициента трения между полозьями боба и плоской поверхностью льда при сокращении оси изгиба от 34 до 20 м при разных скоростях боба и температурах поверхности льда в диапазоне от -2 до -14°C (передний и задний полозья оставляют два параллельных следа /F.A.S.T. 3.2b/)

радиус кривизны примерно 30 м. Во время скольжения полозьев с изгибом 48 м по повороту трассы, возникающий при этом контакт полозьев со льдом отличается от контакта, рассчитываемого для модели F.A.S.T. 3.2b.

В данном случае возникают две зоны контакта — одна в передней и вторая в задней части каждого полоза. При этом проявляется эффект, равнозначный скольжению вдоль отрицательной оси изгиба на плоской поверхности льда.

Sean Maw, специалист в области конькобежного спорта, считает, что отрицательная ось изгиба является нежелательной в конькобежном спорте [92]. В то время как результаты использования модели F.A.S.T. позволяют предположить, что более плоские лезвия способствуют снижению трения, для принятия решения об оптимальном изгибе полозьев во время соревнований может потребоваться учет минимального радиуса кривизны поверхности трассы.

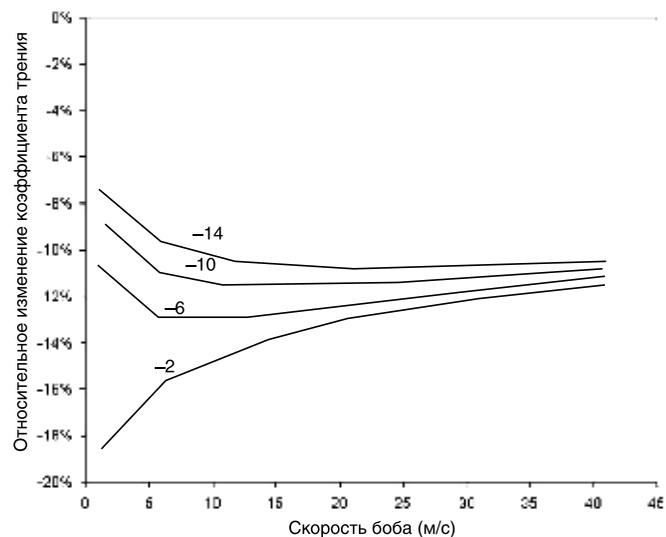


Рисунок 41. Относительное изменение коэффициента трения между полозьями боба и плоской поверхностью льда при увеличении оси изгиба от 34 до 48 м при разных скоростях боба и температурах поверхности льда в диапазоне от -2 до -14°C (передний и задний полозья оставляют два параллельных следа /F.A.S.T. 3.2b/)

Трение льда при движении полозьев боба по поворотам трассы может стать интересным объектом будущих исследований с применением модели F.A.S.T.

Изменение радиуса, как показано на рис. 43, может представлять собой попытку достижения более плоского профиля на прямых участках трассы и более изогнутого профиля на поворотах, когда длина контакта увеличивается под действием центробежной силы.

Представленные в данном разделе результаты были в основном получены при использовании версии модели F.A.S.T. 3.2b. Они обладают большим сходством с результатами применения версии модели F.A.S.T. 3.1b.

До сих пор отсутствует единое мнение в отношении того, какие условия, определяющие состояние льда, способствуют достижению высочайших скоростей бобслейных саней. Тренеры олимпийских команд выразили согласие [88, 89], что слишком теплый, а значит и

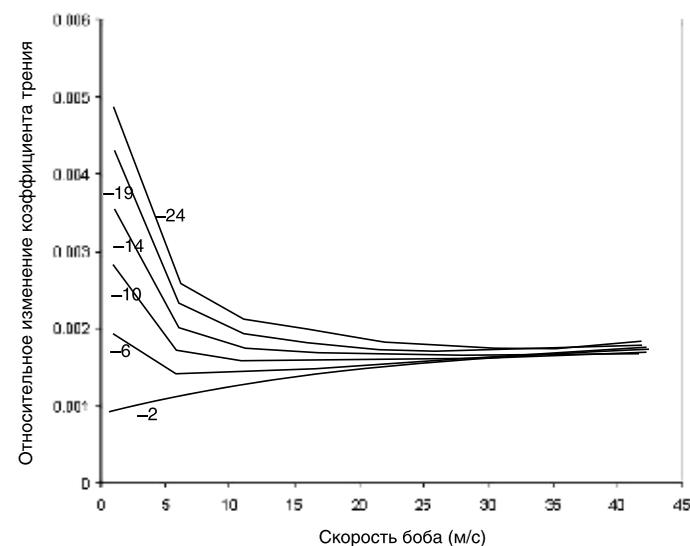


Рисунок 42. Коэффициент трения между полозьями боба и плоской поверхностью льда при радиусе поперечного сечения 4,75 мм и оси изгиба 34 м при разных скоростях боба и температурах поверхности льда в диапазоне от -2 до -24°C (передний и задний полозья оставляют два параллельных следа /F.A.S.T. 3.2b/)

мягкий лед вызывает снижение максимальной скорости. Та же самая ситуация наблюдается в случае слишком холодного и твердого льда. Предполагается, что наиболее высокие результаты достигаются при температуре поверхности льда в пределах от -5 до -15°C.

Для определения того, возможно ли осуществлять прогнозирование минимального коэффициента трения на основе применения модели F.A.S.T. 3.2b для конкретной температуры льда, был исследован более широкий диапазон низких температур, как показано на рис. 42.

При низких скоростях модель F.A.S.T. позволяет рассчитать минимальный коэффициент трения для более высоких температур льда. Однако при скорости 31 м/с минимальный коэффициент трения был определен при температуре -10°C, а при скорости 41 м/с – при температуре -19°C. Поскольку максимальные скорости на многих санно-бобслейных трассах колеблются от 30 до 40 м/с, данные результаты применения модели позволяют предположить, что минимальное трение

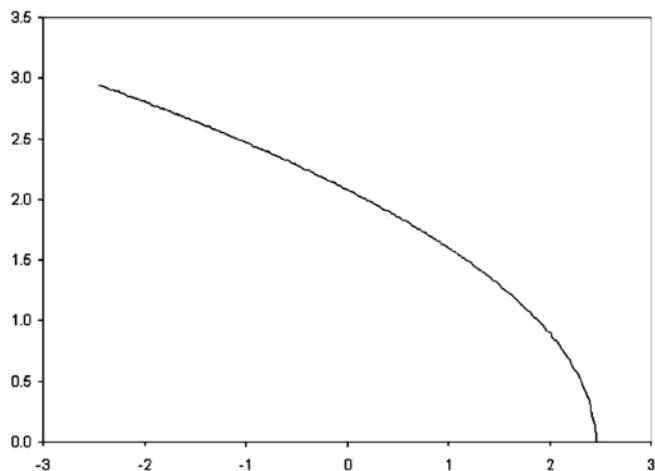


Рисунок 43. Максимальная ($y = 0$) толщина слоя расплавленного льда вдоль длины контакта переднего полоза (горизонтальная ось начинается в центре длины контакта между поверхностью льда и полозом ($z = 0$); радиус поперечного сечения кривой — 4,75 мм, величина оси изгиба — 34 м, скорость боба — 25 м/с, температура поверхности льда — -7°C /F.A.S.T. 3.2b/)

возникает при самой высокой скорости, и потому максимальные скорости могут достигаться в диапазоне температур от -10 до -20°C .

Прогнозирование потенциальных максимальных скоростей с применением модели F.A.S.T. в основном согласуется с наблюдениями спортсменов и тренеров [89, 88].

Ограничения применения модели F.A.S.T.

Каждая модель вычислений имеет свои ограничения, связанные с допущениями, применяемыми при ее разработке. Одно из ограничений применения модели F.A.S.T. 3.2b заключается в прогнозировании результативности при более высоких температурах.

Проводимые ранее исследования свидетельствуют о том, что твердость льда быстро снижается при температурах льда выше -1°C [39, 76]. При данных температурах твердость льда, рассчитываемая с применением вышеуказанной модели, утрачивает свою достоверность. На рис. 43 проиллюстрирована максимальная ($y = 0$) толщина слоя расплавленного льда вдоль длины контакта полоза. Поскольку толщина данного слоя была настолько мала, что

измерялась в микронах, влияние капиллярного связывания было проигнорировано в модели F.A.S.T.

Отсюда следует, что данную модель можно было бы усовершенствовать, учтя воздействие капиллярного связывания при наличии теплой и влажной поверхности льда [93, 94]. Однако такого рода теплые условия не являются типичными, и потому решение данной проблемы не входило в число приоритетных задач, решаемых при проведении настоящего исследования.

Одно из допущений, лежащих в основе модели F.A.S.T., заключается в том, что как полоз, так и лед имеют идеально ровные поверхности. Снег и/или лед могут служить потенциальными источниками увеличения трения между полозом боба и льдом, однако, они не учитываются в рассматриваемой модели.

Предполагается, что подготовка полозьев спортсменами сохраняет их поверхность значительно более гладкой по сравнению со слоем расплавленного льда. Но это, очевидно, не имеет место в передней части и по бокам полоза, где присутствует более тонкий слой расплавленного льда.

Однако этот факт не учитывается в модели, потому что он имеет отношение только к очень малой части общей поверхности полоза. Также предполагается, что полоз саней пропахивает мелкие выступы шероховатости поверхности льда. Более крупные неровности поверхности льда могут вызывать вибрацию или вертикальное смещение полозьев и всего боба. Это может повлиять на двигательные характеристики бобслейных саней, кинетическая энергия которых совершает работу, вызывающую их смещение в вертикальном направлении.

Со времени разработки первоначальной модели F.A.S.T. правила в бобслее изменились, и в настоящее время разрешено применять тонкие абразивные материалы для полировки полозьев. Главный тренер канадской сборной по бобслею проинформировал автора данных исследований, что во время последних заседаний ФИБТ было утверждено применение более грубых абразивных материалов в целях ограничения скорости на некоторых санно-бобслейных трассах [88]. Если применение грубых абразивных материалов приобретет широкое распространение, то это приведет к необходимости учета шероховатости поверхности полозьев в модели F.A.S.T.

Модель F.A.S.T. 3.2b до сих пор еще не была адаптирована к искривленной поверхности льда. Решение этой проблемы является

логическим продолжением работы по совершенствованию данной модели.

Еще одна интересная область исследования должна охватывать случаи непараллельного движения переднего и заднего полозьев. Не менее интересно было бы исследовать влияние рулевого управления на силу трения при движении бобслейных саней.

Выводы

При разработке модели F.A.S.T. 3.2b были учтены наблюдения тренеров и спортсменов, связанные с улучшением качественных характеристик в бобслее. В частности, с помощью данной модели было обосновано наблюдаемое ими достижение максимальных скоростей при температурах поверхности льда в пределах от -10 до -20°C, а также объяснено предпочтение спортсменами полозьев с меньшим радиусом поперечного сечения на более холодных и твердых ледовых покрытиях.

Эта модель была также использована для расчета влияния радиуса поперечного сечения и изгиба полоза на коэффициент трения. Применение модели позволяет предположить, что более плоские полозья способствуют снижению трения и что величина оси изгиба оказывает гораздо большее воздействие на коэффициент трения, чем радиус поперечного сечения.

Рассматриваемая модель позволяет выполнять расчеты трения для плоской поверхности льда. *На данном этапе она не может быть использована для прогнозирования эффективности применения той или иной конструкции полоза на искривленных участках трассы.* По этой причине использование наиболее плоских полозьев не обязательно будет способствовать достижению наивысшей результативности в условиях реальной трассы.

Для изучения сил трения между полозом и поверхностью льда необходимо проведение дальнейших исследований.

ГЛАВА 5. ЭКСПЕРИМЕНТЫ С СИЛОЙ ТРЕНИЯ ЛЬДА

По окончании экспериментов в области компьютерного моделирования у нас возник вопрос о том, в какой степени результаты применения модели F.A.S.T. согласуются с данными измерений реальных полозьев на льду.

Большая часть материала, изложенного в данной главе, была взята из статьи автора данной работы, опубликованной с незначительными поправками в журнале «Sports Engineering» [53], а также из его отчета, подготовленного по поручению F.I.V.T. [95]. Со времени представления отчета в ФИБТ были получены дополнительные данные по профилю санно-бобслейной трассы, которые внесли коррективы в некоторые из результатов, полученных ранее. Автор данных исследований разработал схему проведения экспериментов и осуществлял общий контроль над их выполнением. После этого им был выполнен анализ результатов и подготовлены указанные выше материалы для публикаций. Помощь в сборе данных при низких скоростях автору оказали Эми Джонстон (Amy Johnston), профессор Лозовски (Professor Lozowski) и профессор Томпсон (Professor Thompson), а также 14 специально обученных добровольцев, работавших под его руководством во время соревнований мужских бобов-двоек на одном из этапов кубка мира по бобслею. Его соавторам в основном принадлежала роль консультантов.

В бобслее факторами, ограничивающими достижение максимальных скоростей, служат коэффициент силы трения между полозьями боба и льдом и аэродинамическое сопротивление. Дальнейшее изучение этих двух физических параметров будет способствовать более эффективному прогнозированию особенностей движения бобслейных саней по трассе и максимальных скоростей, которые могут достигаться на недавно сконструированных санно-бобслейных трассах.

Три последние трассы были построены специально для проведения олимпийских игр 2002, 2006 и 2010 годов. На всех этих трассах спортсменами были превышены максимальные

скорости, рассчитанные с применением методов компьютерного моделирования [96]. Этот результат, а также обзор литературных источников по данной теме позволили предположить недостаточное количество научных данных по силам аэродинамического сопротивления и трения, действующим на реальное оборудование в реальных условиях проведения соревнований.

Цель настоящих исследований, проводимых при поддержке Международной федерации бобслея и тобогана (ФИБТ), состояла в получении дополнительных данных, которые бы способствовали дальнейшему усовершенствованию конструкций санно-бобслейных трасс в будущем.

Как это часто происходит во многих областях научных исследований посвященных спорту высших достижений, основная часть работ фокусируется на повышении результативности и носит конфиденциальный характер.

В связи с этим имеющиеся у автора сведения о проводимых ранее экспериментах ограничиваются публикациями в специальных изданиях. Рядом научных коллективов [15, 16, 17, 18, 19] для исследований аэродинамических характеристик бобслейных саней и их экипажей применялись цифровое моделирование и испытания изготовленных в уменьшенном масштабе моделей в аэродинамической трубе.

Gibertini et al. [18] проводили также испытания в аэродинамической трубе с применением полномасштабных саней. Коэффициенты аэродинамического сопротивления, рассчитанные для разных саней и моделей, колебались в пределах от 0,2 до 0,5.

На протяжении многих лет проводятся научные исследования, посвященные силе трения льда в различных зимних видах спорта. Так, например, чемпион мира по скелетону Кристен Бромли опубликовал результаты собственных наблюдений трения льда в бобслее, которые, однако, не были подкреплены экспериментальными данными [7].

Имеются также сведения о проведении экспериментов по измерению силы трения льда в лабораторных условиях [34, 30]. Динамические характеристики, определяемые в ходе данных экспериментов, отличаются от реальных условиях спортивных соревнований, во время которых, как правило, отсутствует скольжение объекта по нетронутому льду.

Penny et al. [12] разработали цифровую модель F.A.S.T. 1.0, предусматривающую смазанный или гидродинамический контакт,

которая позволяет рассчитать коэффициент трения между лезвием конькобежного конька и льдом. При температурах льда от -1 до -10°C и средних скоростях от 1 до 10 м/с коэффициенты трения, рассчитанные с помощью модели F.A.S.T. 1.0, оказались сопоставимыми с результатами измерений реальных лезвий коньков, которые были выполнены Kobayashi [10] и Koning et al. [11]. В данных опытах в области конькобежного спорта коэффициент трения варьировал в пределах от 3 до 10×10^{-3} .

Ранее проводились измерения коэффициента трения между парой бобслейных полозьев и льдом при низких скоростях ($\sim 1,5$ м/с) [27], который колебался между 6×10^{-3} и 12×10^{-3} . Однако остается неясным, будут ли результаты этих исследований достоверными при высоких скоростях.

Действительно, графики на рис. 36 и 37 позволяют предположить, что показатели коэффициента трения при низких скоростях могут довольно сильно отличаться от его показателей при скоростях в диапазоне от 15 до 35 м/с, которые характерны для бобслея.

Для определения коэффициента трения при высоких скоростях в санном спорте (14×10^{-3}) применялась система отметок времени, смонтированная в желоб трассы [4].

В 1979 году на разных участках бобслейной трассы были установлены радары для измерения скоростей движения мужской четверки, которые затем использовались для расчета площади лобового сопротивления ($0,56 \text{ м}^2$) и коэффициента трения (30×10^{-3}) [20].

Однако в условиях трасс повышенной сложности оба эти метода не обеспечивают получения достаточного количества данных, поскольку они позволяют выполнять только около 12 измерений на протяжении всего движения боба по трассе. При этом бобслейная трасса может иметь длину от 1200 до 1750 м и состоять из 13-20 поворотов.

Для точного анализа данных с применением вышеуказанных двух методов потребовалось бы проведение измерений на всех поворотах, поскольку очень сложно оценить достоверность прогнозов движения саней на поворотах, основанных только на одних расчетах. Выполнение данного анализа также осложняет отсутствие данных о рулевом управлении на поворотах, которое согласно широко распространенному мнению оказывает значительное влияние на трение льда.

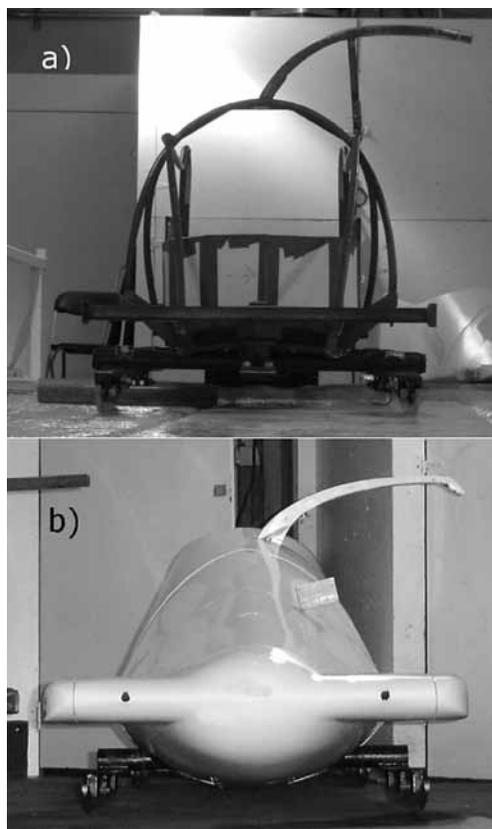


Рисунок 44. Вид спереди: а) тренировочных саней, используемых в ходе экспериментов в Ледовом доме и Овале, б) типичного мужского боба-двойки, подобного тем, которые применялись во время этапа кубка мира по бобслею, проводимого 3 декабря 2010 г.

В данной работе были проведены эксперименты по определению трения льда и аэродинамического сопротивления как при низких, так и при высоких скоростях. Эксперименты при низких скоростях выполнялись на хоккейной площадке Олимпийского овала Калгари и в Ледовом доме (месте тренировок бобслеистов на территории Канадского олимпийского парка).

Измерения в условиях высоких скоростей проводились во время соревнований мужских бобов-двоек в рамках проводимого

в Калгари, Канада, этапа розыгрыша кубка мира по бобслею. Для упрощения решения проблемы в ходе настоящего эксперимента не рассматривалось движение бобслейных саней на поворотах. Для определения ускорения саней были установлены радары на катках Овала и Ледового дома, а также на нескольких прямых участках санно-бобслейной трассы, каждый из которых имел постоянный уклон.

Эксперименты по определению трения льда

Эксперименты в условиях низких скоростей

Эксперименты в условиях низких скоростей проводились на протяжении 1 месяца в течение четырех отдельных дней – два дня на плоском льду хоккейной площадки Овала и два дня – на наклонной поверхности льда в Ледовом доме.

Величина наклона поверхности льда в Ледовом доме составляла $6,80 \pm 0,02^\circ$. Во время каждого экспериментального заезда спортсмен разгонял тренировочные сани до исходной скорости, после чего они свободно скользили на протяжении примерно 30 м либо по плоской, либо по наклонной ледовой поверхности.

Тренировочные сани, изображенные на рис. 44а, имеют такую же рамочную конструкцию, как настоящий боб. Они используются спортсменами для проведения тренировок по разгону в Ледовом доме. Для сравнения на рис. 44б дано изображение реального боба.

Цилиндрическая коробка в центре тренировочных саней изготовлена из жесткого пластика. В нее помещают все источники дополнительного веса, так чтобы в ходе экспериментов площадь поперечного сечения оставалась постоянной в условиях изменения веса саней. Как в Овале, так и в Ледовом доме пушка радара, посредством которой выполнялись измерения скорости, была направлена на заднюю часть саней и отрегулирована параллельно их движению. Структура наклонного желоба Ледового дома показана на рис. 45.

Во время каждого заезда выполнялись периодические измерения температуры поверхности льда с применением терморегулятора AMR (Ahlborn) THERM 2280-2 и датчика температуры T122-1 150 11К. В ходе всех проводимых измерений были зафиксированы температуры в пределах от $-2,2$ до $-4,6^\circ\text{C}$.

Результаты проведенных ранее автором исследований с применением модели F.A.S.T. позволяют предположить, что основное

влияние температуры на трение льда связано с ее воздействием на твердость льда.

Согласно представленным на рис. 23 данным ограниченная вариация температуры в ходе экспериментов не должна была оказывать значимого влияния на твердость льда при применяемом уровне точности измерений. В связи с этим автором предположил, что температура поверхности льда была одинаковой во всех проводимых экспериментах.

Масса саней и дополнительных весовых пластин измерялась с помощью напольных весов Mettler Toledo 2155. Масса тренировочных саней составляла 123 кг, и во время экспериментов она увеличивалась с помощью весовых пластин общим весом до 70 кг. Та часть полоза, которая контактирует со льдом, может быть приблизительно выражена в виде сегмента тора. Четыре полоза саней имели радиус поперечного сечения $r_c = 4,75$ мм и ось изгиба (большая ось тора) $R = 34$ м. Данные величины являются типичными для бобслейных полозьев. Поверхности полозьев полировались бобслеистами дважды в течение месяца с применением 12 классов карбидокремниевых абразивных материалов, обеспечивающих уровень шероховатости от 80 до 1 микрона. Это соответствовало типичной процедуре подготовки полозьев к соревнованиям.

Для измерения скорости саней через определенные промежутки времени применялся радар Stalker Pro ATS [97]. Пример данных экспериментов на плоском льду показан на рис. 46. На плоском



Рисунок 45. Диаграмма экспериментальной трассы в Ледовом доме Канадского олимпийского парка (радар отрегулирован параллельно движению саней на участке разгона с постоянным наклоном)

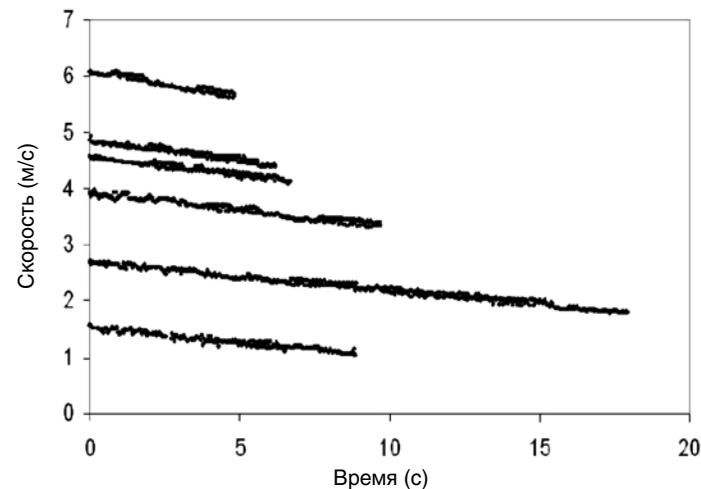


Рисунок 46. Функциональная зависимость между полученными с помощью радара данными по скорости и временем (шесть заездов с разными исходными показателями скорости были проведены на Олимпийском Овале Калгари; температура поверхности льда составляла $-2,2^{\circ}\text{C}$; экспериментальные заезды выполнялись без добавления к саням дополнительного веса)

льду наклоны кривых указывают на ускорение, вызываемое неконсервативными силами.

Как в Ледовом доме, так и на «Овале» спортсмены разгоняли сани до исходных скоростей v_1 в диапазоне от 1,5 до 6 м/с. Затем, в течение всего периода проведения измерений сани продолжали двигаться без экипажа.

Отбор данных по скорости выполнялся с точностью до 0,03 м/с при частоте дискретизации 31,25 Гц и блокировке системной опции цифрового фильтра. Перед каждым применением радара выполнялась его калибровка в соответствии с техническими условиями производителя. В основном время отбора данных было более продолжительным для более низких скоростей. Показатели скорости меньше 1 м/с не регистрировались.

На рис. 47 показан пример регистрации данных при различных показателях скорости, измеренных в Ледовом доме. Разница между линией, описывающей свободное от трения движение при угле

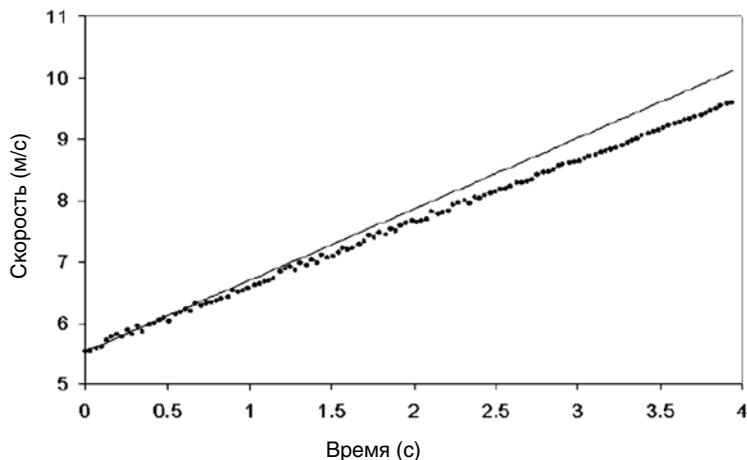


Рисунок 47. Пример различных показателей скорости, измеренных в Ледовом доме Канадского олимпийского парка (значения скорости саней представлены в виде точек; координаты прямой рассчитывались на основе формулы $v(t) = v_i + gt \sin \theta$; линия выражает скорость, которую бы развивали сани при отсутствии трения льда и аэродинамического сопротивления; температура поверхности льда была равна $-4,4^{\circ}\text{C}$; экспериментальные заезды выполнялись без добавления к саням дополнительного веса)

наклона $\theta = 6,80^{\circ}$, и координатами точек на рис. 47, выражающими результаты измерений скорости v , характеризует торможение движения саней, вызываемое неконсервативными силами. В Ледовом доме были в основном зафиксированы более высокие показатели скорости, поскольку сани двигались вниз по склону.

Эксперименты в условиях высоких показателей скорости

При проведении экспериментов в условиях достижения высоких показателей скорости радары устанавливались в четырех разных местах вдоль Олимпийской санно-бобслейной трассы в Калгари во время соревнований мужских бобов-двоек на этапе кубка мира по бобслею, которые проводились 3 декабря 2010 г.

Были использованы четыре радара фирмы Stalker Radar (2 – ATS, 1 – Pro и 1 – Pro II более новой конструкции). Три радара более старых моделей осуществляют отбор данных при частоте 31,25 Гц,

в то время как радар более новой конструкции обеспечивает частоту измерений 46,875 Гц. Радары были установлены в четырех пунктах вдоль трассы, позволяющих вести наблюдения за четырьмя прямыми участками трассы, расположенными между поворотами 1-2, 3-4, 5-6 и 8-9 (рис. 48).

Углы наклона трассы составляли, соответственно, $6,64^{\circ}$; $4,59^{\circ}$; $8,61^{\circ}$; и $6,79^{\circ}$. Измерения углов наклона трассы выполнялись персоналом Факультета геоинформационных технологий Университета Калгари с применением двух тахеометров Leica TCR и двух электронных цифровых нивелиров Leica Sprinter 250M.

Размещение радара вдоль трассы показано на рис. 49. В данных экспериментах характеризующихся достижением высоких значений скорости показатели скорости регистрировались в условиях движения боба вместе с экипажем, в то время как при низких значениях скорости более целесообразно было осуществлять сбор

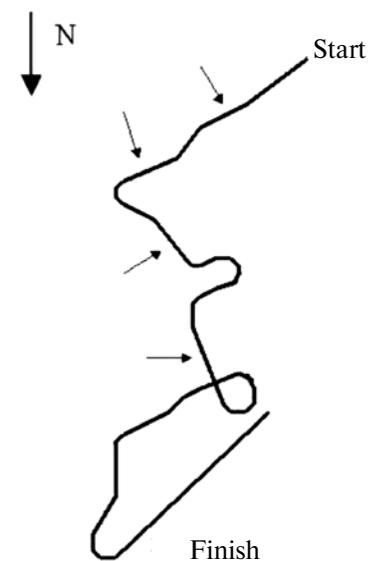


Рисунок 48. Диаграмма санно-бобслейной трассы в Канадском олимпийском парке в Калгари, Канада (в верхней части рисунка показано места старта; стрелки указывают на четыре прямых участка трассы, на которых осуществлялся сбор данных)



Рисунок 49. Применение радарной установки в ходе предварительных испытаний (снимок сделан от входа в поворот 4 и содержит изображение выхода из поворота 3; радар расположен на низкой стенке желоба и подсоединен к компьютеру для сбора данных; при проведении заездов на кубок мира по просьбе организаторов соревнований радары крепились к наружным конструкциям трассы, чтобы они не могли упасть вовнутрь желоба)

данных при отсутствии спортсменов внутри саней. Это позволило нам исследовать более широкий диапазон относительных скоростей.

Кроме того, при низких значениях скорости движение спортсменов внутри саней могло повлиять на движение самих саней. В условиях настоящей санно-бобслейной трассы спортсмены имели время для принятия оптимальной позы внутри саней. Поэтому у них не должно было возникать потребности в движениях.

К тому же, при движении боба с очень высокой скоростью любое движение спортсменов оказывает меньшее влияние на относительную скорость саней.

Представлялось очень важным получить данные для реальных саней в реальных ситуациях соревнований. В связи с тем, что радары осуществляют измерения самых быстрых объектов в поле их

действия, никакие посторонние движения за пределами трассы не влияли на результаты регистрации высоких значений скорости. Этот факт, вероятно, служит объяснением того, что не удалось измерить скорости ниже 1 м/с.

Но поскольку во время соревнований бобслейные сани никогда не движутся со столь низкими скоростями, автор даже и не пытался распространить выполняемые измерения на скорости ниже 1 м/с.

Автор так же считает, что нет никакой необходимости в фокусировании внимания на передней или задней частях саней. При размещении радаров учитывались следующие требования: во-первых, наилучшим образом сориентировать их на движение саней и, во-вторых, обеспечить их нахождение за пределами поля зрения телевизионных камер и официальных наблюдателей за ходом проведения соревнований.

Исходные данные, получаемые с радара, были сокращены в целях удаления всех результатов измерений, выполненных за пределами заданного участка с постоянным наклоном, расположенного между двумя поворотами.

Это усечение данных выполнялось в целях проведения анализа только движения с постоянным ускорением. Усеченные данные обладают большим сходством с данными, представленными на рис. 47, при этом главное различие между ними определяется более высокими значениями скорости на санно-бобслейной трассе.

Данные по массе саней с экипажем и температурам поверхности льда были получены от организаторов соревнований после выполнения заездов. Методы измерений были аналогичны применяемым методам при проведении экспериментов в условиях низких показателей скорости.

Соревнования мужских бобов-двоек на этапе кубка мира в Калгари проводились в два захода с участием 16 бобов в каждом. Несколько измерительных точек были потеряны по причине ошибок при сборе данных. Другие были исключены, поскольку сани не достигали постоянного ускорения.

В каждом случае устранение этих данных было обосновано результатами визуальных наблюдений заносов или ударов о стенки желоба трассы или последующего анализа видеозаписи заезда.

Всего в анализ было включено 118 из 128 наборов данных, полученных с четырех радаров. Были предприняты попытки дальнейшего ограничения размера анализируемых данных путем

применения более строгих критериев исключения или путем включения в анализ только тех участников, которые показали лучшие результаты на финише. Однако ни один из этих методов не обеспечивал уменьшения разброса данных.

Теоретические предпосылки

Согласно литературным источникам [13, 21, 22, 5], результирующая сил, действующих на сани, которые движутся вниз по прямому участку трассы с углом наклона θ , определяется с помощью уравнения 5.1.

$$F_{\text{net}} = m_s a = m_s g \sin \theta - \mu m_s g \cos \theta - \frac{1}{2} \rho v^2 C_d A \quad (5.1)$$

Первый член уравнения – это ускорение силы тяжести на наклонной трассе, второй член – трение между поверхностью льда и полозьями и третий член – аэродинамическое сопротивление; m_s и a – масса и ускорение саней, соответственно; $g = 9,81$ м/с²; μ – коэффициент трения между полозьями и льдом, принимаемый обычно за константу; ρ – плотность воздуха; C_d – коэффициент аэродинамического сопротивления боба; A – площадь поперечного сечения саней; v – скорость саней. Величины C_d и A отличались в экспериментах, проводимых при низких и высоких показателях скорости движения, так как при их проведении применялись разные типы саней (рис. 44).

Уравнение 5.1 позволяет предположить, что нормальная составляющая силы, прилагаемой санями ко льду, является результатом силы тяжести, действующей на сани.

Таким образом, в данном уравнении движения было проигнорировано влияние как центробежных, так и подъемных сил. Отсюда следует, что данное уравнение относится к движению вдоль прямых участков трассы и основывается на предположении, что аэродинамическая подъемная сила оказывает пренебрежимо малое воздействие на нормальную силу. В упоминаемых ранее исследованиях подъемные силы игнорировались в связи с тем, что они составляют только 2% от веса саней при максимальных значениях скорости движения [16]. По причине их малой величины, а также отсутствия публикаций по данной теме нами было принято решение проигнорировать влияние подъемной силы в настоящей работе.

В проводимых автором экспериментах скорость боба измерялась как функция времени. Данные измерения выполнялись с частотой

30 – 50 Гц в зависимости от марки радара, при этом сбор данных осуществлялся через интервалы времени от 1 до 3 с. Использовалась средняя квадратичная скорость \bar{v}^2 для определения среднего аэродинамического сопротивления при ускорении саней на заданном участке трассы. Зная начальную и конечную скорости – $v(0) = v_i$ и $v(t_f) = v_f$ и предположив, что ускорение саней является постоянным, получаем:

$$\bar{v}^2 = \frac{\int_0^{t_f} v^2(t) dt}{t_f} = v_i^2 + v_i(v_f - v_i) + \frac{(v_f - v_i)^2}{3} \quad (5.2)$$

Постоянное ускорение саней может быть обеспечено путем ограничения времени сбора данных.

Перед выполнением анализа данных были приняты определенные допущения в отношении аэродинамического сопротивления. Проведение опытов в условиях высоких скоростей характеризовалось присутствием более значительных потенциальных источников неопределенности (недостовренности) данных по сравнению с экспериментами при низких скоростях. Эксперименты, в которых достигались низкие значения скорости выполнялись с применением только одних саней, что исключало изменчивость между данными, полученными для разных саней.

Кроме того, данные эксперименты проводились внутри помещения, то есть ветер не оказывал никакого влияния на их результаты. При проведении опытов в условиях бобслейной трассы во время соревнований на кубок мира было выдвинуто предположение, что все сани имеют одинаковую эффективную площадь аэродинамического сопротивления ($C_d A$), поскольку это является необходимым условием сохранения их конкурентоспособности. Еще одно сделанное допущение заключалось в том, что атмосферные условия были одинаковыми на всем протяжении трассы. В частности, автор работы предположил, что плотность воздуха была постоянной, и влияние ветра было незначительным.

Вариация в высоте расположения исследуемых участков трассы составляла около 80 м, тем не менее, изменения в плотности воздуха не учитывались. Каждый из исследуемых участков трассы также отличался различной ориентацией по отношению к направлению ветра, тем не менее, скорость ветра на трассе не измерялась.

Следовательно, изменения действия ветра также могли служить источником незначительной недостовренности данных.

В течение проводимого эксперимента скорость ветра (2–7 км/ч) регистрировалась только на вершине холма, но результаты этих измерений были использованы только для анализа неопределенности данных (данные верхней метеостанции Канадского олимпийского парка, 3 декабря 2010 г., 18:00 – 20:00, можно получить на сайте: <http://www.climate.weather.gc.ca>). В это время дул юго-западный ветер, скорость которого могла снижаться в результате препятствия, создаваемого стенками трассы, а также в связи с тем, что трасса расположена на северном склоне холма.

С учетом всех указанных выше предположений, можно определить новую постоянную величину аэродинамического сопротивления – α , применяя уравнение 5.3.

$$\alpha \equiv \frac{1}{2} \rho C_d A \quad (5.3)$$

Эта новая постоянная величина аэродинамического сопротивления отличается в экспериментах, проводимых при низких и высоких скоростях движения боба, поскольку в них использовались два разных типа саней.

Можно рассчитать среднее ускорение \bar{a}_i с учетом потери сил, проигнорированных в результате предпринятого автором сжатия информации, используя аппроксимацию для малых углов ($\cos \theta = 0,99 \simeq 1$) и усреднив уравнение 5.1, чтобы получить уравнение 5.4. Данный подход дает возможность сравнивать результаты, полученные на ледовых поверхностях с разными углами наклона.

$$\bar{a}_i = \bar{a} - g \sin \theta = -\bar{\mu} g - \alpha \frac{v^2}{m_s} \quad (5.4)$$

Среднее ускорение саней \bar{a} определялось на основе линейного выравнивания экспериментальных данных по скорости. Это позволило определить средние показатели коэффициента трения между четырьмя полозьями боба и льдом, а также новую постоянную величину аэродинамического сопротивления для мужских бобов-двоек, принимавших участие в соревнованиях на кубок мира.

$$\bar{a} = (-0.20 \pm 0.02) \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot \frac{v^2}{m_s} - (0.041 \pm 0.005) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (5.5)$$

Результаты

На рис. 50 показаны ускорения, вычисленные с учетом проигнорированных сил, при проведении «низкоскоростных испытаний» как на Олимпийском Овале, так и в Ледовом доме. Используя различные комбинации v_i и m_s , ускорения с учетом потери сил \bar{a}_i были нанесены на график как функция v^2/m_s .

Для выравнивания измерительных точек применялся расчет линейной регрессии методом наименьших квадратов со средними квадратическими ошибками [98, 99]. Кривая линейной регрессии и 95% доверительный интервал показаны на рис. 50 и учтены в уравнении 5.5.

Применяя уравнения 5.4 и 5.5, наклон лучше всего подобранной линии был использован для определения $\alpha = 0,20 \pm 0,02$ кг/м для тренировочных саней, а на основе точки пересечения оси y был определен $\bar{\mu} = (4,2 \pm 0,5) \times 10^{-3}$. Поскольку обе величины m_s и g были известны как обеспечивающие более 1% погрешности, а данные по скорости отличались высокой степенью линейности (рис. 46), преобладающим источником неопределенности (неопределенности) данных, полученных на Олимпийском овале, служила изменчивость данных по ускорению. На наклонной поверхности льда проявлялась дополнительная неопределенность данных, связанная с неопределенностью измерений уклона трассы. Однако она была ниже разброса данных. Для определения доверительных интервалов при линейном выравнивании (подборе) данных применялся только наблюдаемый в ходе эксперимента разброс данных.

В результате анализа данных по скорости, полученных с помощью радаров на санно-бобслейной трассе, измерений углов наклона трассы и масс саней вместе с экипажем, был построен график функциональной зависимости между ускорением, рассчитанным при игнорировании ряда сил, и соотношением v^2/m_s (рис. 51).

Результаты были объединены в четыре блока в соответствии с четырьмя участками вдоль трассы, на которых проводились измерения. Каждая точка соответствует одним саням на одном участке при выполнении одного заезда.

Второй блок данных отличается меньшим разбросом по сравнению с остальными тремя. Этот блок данных включает результаты измерений на участке трассы между 3 и 4 поворотами, который был самым легким для бобслеистов. Этот участок имеет также наиболее стабильный угол наклона. Поэтому не удивительно,

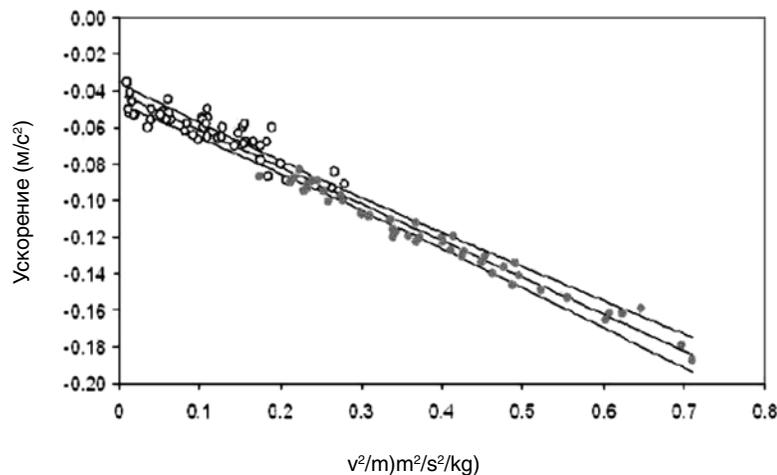


Рисунок 51. Ускорения, рассчитанные при игнорировании ряда сил, при проведении «низкоскоростных испытаний» на Олимпийском Овале Калгари (белые пустые кружочки) и в Ледовом доме (серые закрашенные кружочки) с кривыми линейной регрессии и доверительного интервала (эксперименты проводились в течение четырех дней; температуры поверхности льда составляли от $-2,2^{\circ}\text{C}$ до $-4,6^{\circ}\text{C}$)

что именно здесь были получены наиболее последовательные результаты.

Для выравнивания измерительных точек применялся расчет линейной регрессии методом наименьших квадратов со средними квадратическими ошибками [98, 99]. В ходе данного анализа были определены величины пересечения с осью y ($-\bar{\mu}_y = 0,035 \pm 0,011 \text{ м/с}^2$) и наклона ($-\alpha = -0,110 \pm 0,005 \text{ кг/м}$). Это позволило рассчитать коэффициент трения между полозьями и льдом ($\bar{\mu}_k = (3,6 \pm 1,1) \times 10^{-3}$).

Для расчета плотности воздуха по закону идеального газа использовались метеорологические данные, полученные в Министерстве окружающей среды Канады, в частности по давлению воздуха ($p = 88,64 \text{ кПа}$), зарегистрированному на метеостанции Springbank, и температуре воздуха ($T = -10,6^{\circ}\text{C}$), измеренной на Верхней метеостанции Канадского олимпийского парка, а также

$$\rho = \frac{p}{R(273.15 + T/^{\circ}\text{C})\text{K}} = 1.18 \text{ кг/м}^3 \quad (5.6)$$

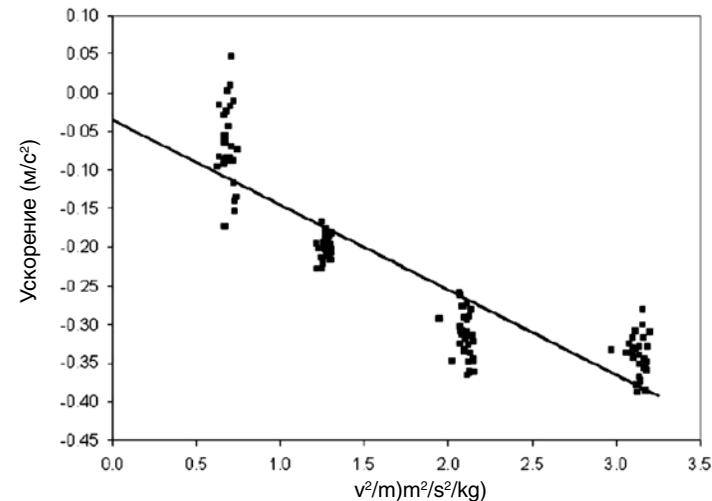


Рисунок 51. Функциональная зависимость между ускорением, рассчитанным при игнорировании ряда сил, и отношением среднеквадратической скорости саней к массе саней (наклон линии регрессии характеризует средний коэффициент аэродинамического сопротивления саней, в то время как ее пересечение определяет средний коэффициент трения льда)

удельную газовую постоянную для сухого воздуха ($R' = 287 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$).

Была использована плотность воздуха и расчетная площадь поперечного сечения саней, $A = 0,342 \text{ м}^2$ [16], наряду с уравнением 5.3 в целях определения среднего коэффициента аэродинамического сопротивления для используемых в соревнованиях саней:

$$\bar{C}_d = \frac{2\alpha}{\rho A} = 0.55 \pm 0.03 \quad (5.7)$$

Обсуждение и анализ

Для того чтобы объединить результаты всех измерений на рис. 50, было сделано предположение, что показатели трения льда были одинаковыми на Олимпийском овале и в Ледовом доме, а также в разные дни сбора данных, но это предположение не обязательно является верным в реальных условиях.

На Олимпийском овале сани скользят по плоской поверхности льда. В Ледовом доме боб движется по двум бороздам. Это создает разницу в площади контакта со льдом между двумя данными спортивными объектами.

Поскольку борозды, проложенные в Ледовом доме, имеют радиус 6,5 мм, то площадь контакта здесь будет иметь большую длину и ширину по сравнению с плоской поверхностью льда.

В то время как для полозьев боба-двойки эта разница незначительна, для полозьев боба-четверки она уже будет весьма значительной, поскольку их радиус равен примерно 6,5 мм.

Еще одним источником потенциальных различий служит структура льда. Размер и ориентация кристаллов, образующих ледовое покрытие, могут отличаться на этих двух объектах. Однако поскольку данные ледовые поверхности создавались с применением одной и той же технологии, предполагается, что они являются одинаковыми.

И, наконец, в связи с тем, что на катке «Овала» движение полозьев не ограничивалось никакими бороздами, нельзя полностью исключить присутствие бокового заноса саней. С точки зрения качества выполнения спуска данный эффект представляется незначительным; однако он может служить объяснением большего разброса данных на «Овале» по сравнению с Ледовым домом.

Учитывая линейность данных, как показано на рис. 50 ($R^2 \approx 0,95$), все эти эффекты можно признать незначительными, учитывая применяемый в настоящем исследовании уровень точности экспериментальных данных.

Исследование предложенной Penny et al. [12] модели трения со смазкой позволяет предположить, что коэффициент трения может варьировать в зависимости от скорости скользящего объекта. Измерения трения конькобежных коньков, проводимых Koning et al. [11], продемонстрировали линейное увеличение коэффициента трения от 4 до 6×10^{-3} с повышением скорости в пределах от 4 до 10 м/с при температуре поверхности льда $-4,6^\circ\text{C}$.

Однако результаты применения модели F.A.S.T. 3.2b указывают на то, что в бобслее увеличение коэффициента трения является намного менее значительным (рис. 37). Его прогнозируемое максимальное увеличение составляет 20% при повышении скорости от 16 до 36 м/с при температуре поверхности льда -2°C . Kietzig [100] отмечает, что увеличение коэффициента трения с возрастанием скорости характерно для полностью смазанных контактных поверхностей между

скользящим объектом и льдом. В связи с присутствием беспорядочного разброса в полученных автором настоящих исследований результатах измерений и ограниченным диапазоном скоростей, применяемым в рамках настоящего исследования, в данной работе сложно проследить тенденцию линейного увеличения скорости.

В попытке обнаружения линейной вариации коэффициента трения в зависимости от скорости был построен график, показывающий различия между данными, полученными посредством моделирования и рассчитанными с применением уравнения 5.5.

Предположив, что коэффициент трения имеет среднее значение $4,2 \times 10^{-3}$ и проявляет линейную вариацию с изменением скорости, равную согласно расчетам Koning et al. $0,33 \times 10^{-3}/^\circ\text{C}$ [11], можно выполнить моделирование данных, подобных показанным на рис 50, применяя уравнение 5.4.

Вычтя показатели ускорения, полученные как экспериментальным путем (рис. 50), так и посредством моделирования, из линейной регрессии (уравнение 5.5), получают результаты, изображенные на рис. 52.

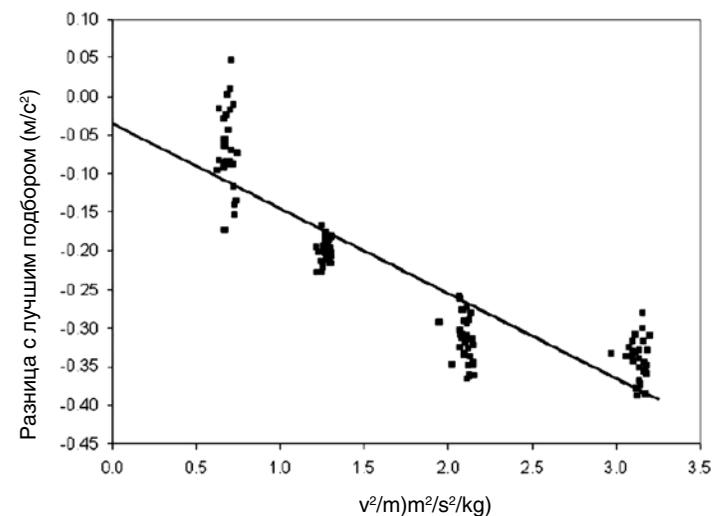


Рисунок 52. Разница между ускорением и линейной регрессией, рассчитанной посредством уравнения 5.5. (на графике приведены как данные моделирования / квадратики/, так и экспериментальные данные, полученные как на «Овале» / белые пустые кружки/ и в Ледовом доме /серые закрашенные кружки/)

Для данного моделирования данных применялись наиболее типичные параметры, используемые в ходе проводимых экспериментов, такие как средние скорости в пределах от 1 до 9 м/с ($\bar{v} = (1 - 9) \text{ м/с}$) и увеличение массы тренировочных саней с помощью пластин весом 0, 30 и 60 кг.

Любое последующее увеличение коэффициента трения привело бы к получению смоделированных данных, выходящих за используемые автором пределы разброса экспериментальных данных. Данный анализ продемонстрировал, что применяемая достоверность коэффициента трения снизилась до его значения, равного $\bar{\mu} = (4,2 \pm 0,9) \times 10^{-3}$.

Если предположить, что коэффициент трения со льдом не зависит от скорости, результаты расчета трения льда при низких показателях скорости могут применяться для дополнения измерений, которые были получены при повышенных скоростях.

Потенциальные различия между результатами этих обоих экспериментов заключаются в различиях в качестве льда, температуре льда и качестве полозьев саней.

Согласно наблюдениям автора качество льда в Ледовом доме обладало большим сходством с бобслейной трассой, чем с Олимпийским Овалом в Калгари. Но поскольку ему не удалось выявить значимые различия в результатах измерений, выполненных в Ледовом доме и на Овале, считается, что разница в качестве льда не является существенным фактором.

Однако температура льда может оказывать значительное влияние на коэффициент трения. При проведении экспериментов на Олимпийском Овале и в Ледовом доме, температура поверхности льда колебалась в пределах от $-2,2^\circ$ до $-4,6^\circ\text{C}$.

В верхней части бобслейной трассы температура поверхности льда варьировала во время соревнования от $-6,1$ до $-8,1^\circ\text{C}$. Для данного диапазона показателей температуры в конькобежном спорте было выявлено увеличение коэффициента трения с повышением температуры на 10% [11].

В обоих экспериментах применялись одинаковые процедуры подготовки полозьев. Однако перед проведением международных соревнований специалисты полируют полозья наждачной бумагой [3]. Во время опытов на Олимпийском Овале и в Ледовом доме подобная обработка полозьев не проводилась. В ходе данных экспериментов между процедурами подготовки полозьев саней, на протяжении четырех часов выполнялось около 60 экспериментальных заездов.

Естественно, автор не считает, что при этом качество поверхностей полозьев было лучше, чем во время соревнований на мировой кубок. Однако без проведения тщательного анализа поверхностей полозьев нельзя считать данный факт неопровержимым.

При проведении опытов на Олимпийском Овале и в Ледовом доме коэффициент аэродинамического сопротивления не рассчитывался по причине использования тренировочных саней без обтекателя. Поскольку в ходе обоих экспериментов применялись одинаковые полозья, и измерения выполнялись при показателях скорости ниже 1 м/с, оказалось возможным выполнить экстраполяцию данных по ускорению до нулевого значения скорости.

Когда значение скорости приближается к нулю, действующее на сани аэродинамическое сопротивление не оказывает влияния на результат. Это обуславливает возможность объединения этих «низкоскоростных данных» с данными, полученными на санно-бобслейной трассе.

Результаты данного объединения показаны на рис. 53.

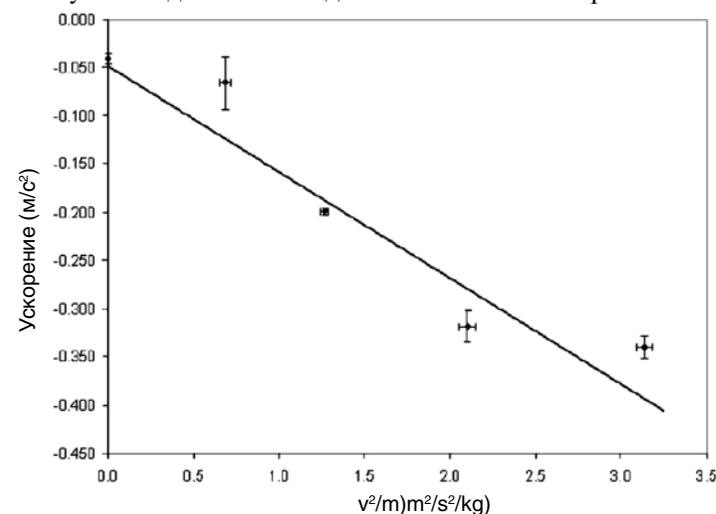


Рисунок 53. Функциональная зависимость между ускорением саней, рассчитанным при игнорировании ряда действующих сил, и среднеквадратической скоростью саней, деленной на массу саней (наклон линии регрессии определяет средний коэффициент аэродинамического сопротивления саней, ее пересечение с осью y – средний коэффициент трения)

При этом планки погрешности были увеличены в связи с приближением уровней недоверности данных в Ледовом доме и на Олимпийском Овале в квадратуре с 10% измерений, что соответствует прогнозируемому уровню вариации, вызываемой различиями в температуре.

Четыре точки с ненулевой скоростью соответствуют среднему ускорению, рассчитанному при игнорировании ряда сил на основе результатов измерений на четырех участках санно-бобслейной трассы при проведении соревнований этапа кубка мира в Калгари 3 декабря 2010 года.

Планки погрешности указывают на прибавленные в квадратуре показатели недоверности данных по наклону трассы, стандартного отклонения среднего показателя ускорения, рассчитанного при игнорировании ряда сил для каждого участка трассы, и неопределенности данных, вызываемой дующим с максимальной скоростью ветром.

Автором применялась взвешенная линейная регрессия [63] для определения наклона $-\alpha_x = -(0,108 \pm 0,014)$ кг/м и пересечения с осью $y - \bar{\mu}_g = 0,052 \pm 0,019$ м/с². Это позволило определить средний коэффициент трения между полозьями и льдом $\bar{\mu} = (5,3 \pm 2,0) \times 10^{-3}$ и коэффициент аэродинамического сопротивления $\bar{C}_{D_s} = 0,54 \pm 0,07$.

Результаты ранее проводимых исследований позволяют предположить, что трение льда возрастает с увеличением скорости. При линейном увеличении коэффициента трения вместе со скоростью саней, он будет иметь форму уравнения 5.8, где $v_{rms} = \sqrt{v^2}$.

При вводе уравнения 5.8 в уравнение 5.9, получается уравнение 5.9.

$$\mu(v) = \mu_1 v_{rms} + \mu_0 \quad (5.8)$$

$$\bar{a}_z = \bar{a} - g \sin \theta = -\mu_0 g - \mu_1 g v_{rms} - \frac{\alpha}{m_s} v^2 \quad (5.9)$$

Данные, представленные на рисунке 53, были выражены в графической форме в виде функции v_{rms} на рис. 54 в целях выявления увеличения коэффициента трения со скоростью.

Результаты применения квадратичной регрессии по отношению к данным на рис. 54 можно видеть в таблице 5.

Результаты применения квадратичной регрессии по отношению к данным на рис. 54 (параметры квадратичной регрессии данных приведены на рис. 54)

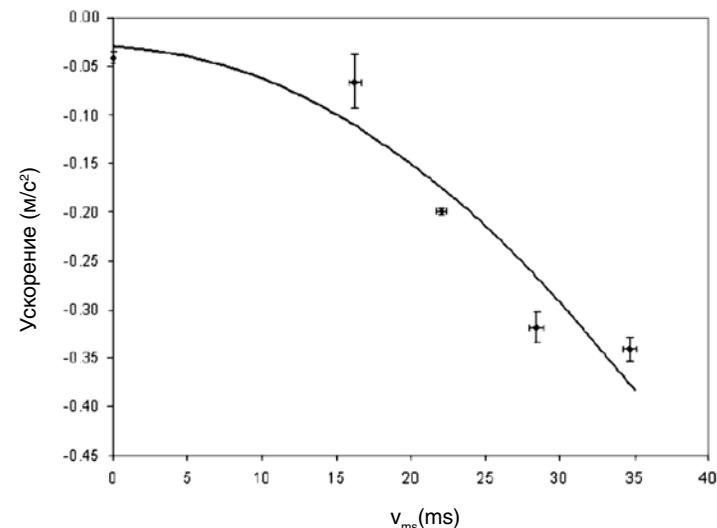


Рисунок 54. Ускорение саней, рассчитанное при игнорировании ряда действующих сил, по отношению к среднеквадратическому значению скорости саней (линейный член квадратической регрессии отражает вариацию коэффициента трения в зависимости от скорости)

Линейная зависимость коэффициента трения от скорости отражена в квадратичной регрессии в виде линейного члена μ_g . В следующем разделе эти результаты будут сопоставлены с результатами применения модели F.A.S.T.

Сравнение с результатами применения модели F.A.S.T.

Модель F.A.S.T. позволила прогнозировать коэффициент трения, равный приблизительно $1,5 \pm 10^{-3}$ для использования во время проведенных экспериментов, диапазона показателей температур поверхности льда и скорости. Это составляет примерно одну треть коэффициента трения, который рассчитывался на основе прямых измерений в ходе полевых опытов.

Это может объясняться тем, что в модель F.A.S.T. не был включен целый ряд факторов, которые могут увеличивать трение в бобслее. Так, при разработке модели F.A.S.T. было сделано допущение, что полозья и лед обладают абсолютной гладкостью поверхности. Однако

Таблица 5

Результаты применения квадратичной регрессии по отношению к данным на рис. 54 (параметры квадратичной регрессии данных приведены на рис. 54)

α/m_s (10^{-4} /м)	$\mu_1 g$ (10^{-4} /s)	$\mu_0 g$ (10^{-2} м/s ²)
-2.70 ± 0.15	-6.5 ± 5.2	-2.9 ± 0.4

непосредственно перед соревнованием специалисты отскребают часть верхнего слоя полозьев в целях обнаружения «неустановленных» покрытий. Полировка полозьев может также повреждаться по мере того, как сани спускаются вниз по трассе.

Эти царапины могут быть больше толщины слоя расплавленного льда, рассчитываемого для модели F.A.S.T., и приводить к увеличению коэффициента трения. Автор считает, что шероховатость поверхности полозьев может представлять собой интересную тему для проведения будущих исследований.

В главе 4 автором данной диссертации было высказано предположение о возможной недооценке сжимаемого потока в модели F.A.S.T. Если этот факт действительно имеет место, то он может стать причиной недооценки коэффициента трения.

Очистка поверхности льда на санно-бобслейной трассе обычно производится вручную, и потому она не отличается гладкостью, достигаемой с применением «замбони». При движении саней по трассе происходит постоянное сотрясение поверхности льда в верхнем и нижнем направлении.

Это может объясняться неравномерным распределением веса саней между всеми четырьмя полозьями в результате неровности ледовой поверхности. Данное сотрясение служит источником потери энергии, которая приводит к увеличению коэффициента трения. Если предположить, что сотрясение вызывается смещением, перпендикулярным движению саней, то можно определить увеличение наблюдаемого при этом коэффициента трения ($\Delta\mu$). Это может быть достигнуто путем приравнивания работы, выполняемой при возросшем трении к энергии, требующейся для смещения саней (уравнение 5.10).

$$\Delta\mu \cdot m_s g d_s = m_s g h_s \quad (5.10)$$

Где: d_s – смещение саней вдоль трассы и h_s – вызываемое сотрясанием перпендикулярное смещение. Разница между коэффициентом трения, рассчитанным для модели F.A.S.T. 3.2b, и коэффициентом трения, полученным экспериментальным путем, составляет около 3×10^{-3} .

Предположив, что сотрясение имеет частоту 100 Гц и сани движутся со скоростью 20 м/с, можно рассчитать среднее перпендикулярное смещение, которое равно 0,6 мм, если допустить, что оно является единственным источником увеличения коэффициента трения. Данное сотрясение льда также представляет собой интересную тему для проведения будущих исследований.

Когда полоз встречает более крупные неровности на поверхности льда, возникает короткое прерывание борозды, оставляемой им на поверхности льда. Это явление было отмечено при проведении визуальных наблюдений борозд, оставляемых на поверхности льда в Ледовом доме. Повторное появление жидкого слоя льда также вызывает увеличение экспериментального коэффициента трения.

Еще одним потенциальным источником неопределенности данных проведенных автором экспериментов служат стенки трассы. Поскольку предыдущие исследования продемонстрировали, что стенки трассы могут оказывать влияние на коэффициент аэродинамического сопротивления [17], вполне вероятно, что аэродинамическое сопротивление зависит также от близости к стенкам трассы.

Отсюда следует, что на результаты исследования могут влиять типичные траектории движения саней при спуске, предпочитаемые пилотами. Например, если предпочитаемая траектория находится близко к одной из стенок, аэродинамическое сопротивление может быть выше, чем если бы она проходила посередине трассы или наискосок.

Предполагается, что два физических механизма – сжимаемый поток и сотрясение саней являются потенциальными источниками различий между результатами применения модели F.A.S.T. 3.2b и экспериментального анализа трения льда. Представляется вероятным, что комбинация этих двух явлений в сочетании с другими факторами служит причиной разницы между результатами моделирования и экспериментальных наблюдений.

На рис. 55 показаны результаты сравнения линейной вариации коэффициента трения, представленной в таблице 5, с аналогичными

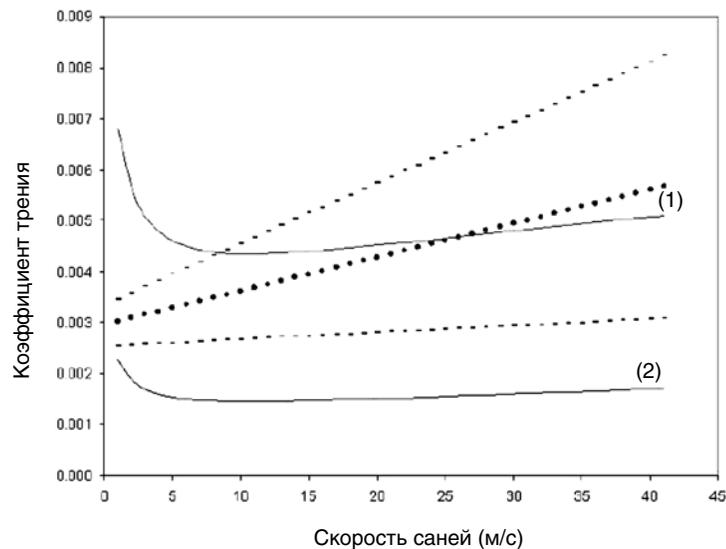


Рисунок 55. Сравнение линейно возрастающего со скоростью саней коэффициента трения, представленного в таблице 5, с результатами применения модели F.A.S.T. 3.2b для температуры льда $T_i = -7,6^{\circ}\text{C}$. (результаты, рассчитанные на основе данных таблицы 5, изображены в виде кружков, доверительные пределы показаны пунктирными линиями; результаты применения модели F.A.S.T. 3.2b представлены в виде сплошной черной линии (2); сплошная красная линия (1) показывает результаты модели F.A.S.T., умноженные на 3)

данными, полученными при применении модели F.A.S.T. 3.2b, при одинаковой средней температуре ($-7,6^{\circ}\text{C}$).

После идентификации факторов, могущих служить объяснением разницы в результатах применения модели F.A.S.T. и экспериментальных наблюдений, автором были включены в анализ нормированные результаты, полученные путем F.A.S.T.-моделирования.

Для быстрого наложения обоих наборов данных для скоростей саней, превышающих 10 м/с, был выбран коэффициент умножения 3,0. Полученные данные позволяют предположить вероятность увеличения коэффициента трения с возрастанием скорости саней. Наклон кривой, построенной на основе нормированных данных

модели F.A.S.T., оказался ближе к минимальному, чем к среднему наклону.

Результаты применения модели F.A.S.T. также отличаются высокой степенью нелинейности особенно при скоростях саней ниже 10 м/с. По причине высокой степени неопределенности аналитических данных, а также того факта, что любая возможная зависимость наблюдаемого в ходе полевых экспериментов коэффициента трения от скорости саней теряется по причине аэродинамического сопротивления, и что ранее опубликованные модели динамики движения саней [13, 21, 22, 5] указывают на постоянную величину коэффициента трения, автором было принято решение, не включать зависимость коэффициента трения от скорости саней в выводы о результатах проводимого им исследования.

Для окончательного определения существования подобной зависимости необходимо проведение дальнейших исследований. В частности, в связи с вариацией центростремительных сил анализ движения бобслейных саней на поворотах может способствовать разграничению между данными по квадратичной зависимости коэффициента трения от скорости и данными по аэродинамическому сопротивлению.

Выводы

Автор данных исследований использовал показатели ускорения и торможения тренировочных бобслейных саней для определения коэффициента трения между стальными лезвиями (полозьями) и льдом в пределах диапазона скоростей от 1 до 10 м/с.

Полученный при этом коэффициент трения составил $(4,2 \pm 0,9) \times 10^{-3}$. Эти результаты были объединены с данными, полученными при проведении соревнований на кубок мира по бобслею, когда наблюдения велись при высоких скоростях движения саней (15–36 м/с).

Автором работы были определены средний коэффициент трения между стальными полозьями и льдом, а также средний коэффициент аэродинамического сопротивления. Измерения выполнялись на прямых участках трассы с постоянным наклоном. Коэффициент трения составил $\bar{\mu} = (5,3 \pm 2,0) \times 10^{-3}$.

Была определена эффективная площадь аэродинамического сопротивления, равная $\overline{C_d A} = 0,18 \pm 0,02 \text{ м}^2$, на основе которой был вычислен коэффициент аэродинамического сопротивления — $\bar{C}_d = 0,54 \pm 0,07$.

Предпринятые попытки определения корреляции между коэффициентом трения и скоростью саней указывают на возможность увеличения коэффициента трения с возрастанием скорости саней. Однако данные результаты не отличаются достаточной достоверностью.

Полученные коэффициенты трения имеют более низкие значения по сравнению с их общепризнанными показателями для современного бобслея, в то время как коэффициент аэродинамического сопротивления был выше, чем в ранее опубликованных результатах исследований, посвященных данному виду спорта.

Для автора настоящих исследований это послужило основой предположения, заключающегося в том, что ученые и спортсмены применяют разные способы подготовки полозьев к заездам, а также в том, что спортсмены во время соревнований оказывают влияние на аэродинамические характеристики саней, что является причиной их отличия от соответствующих параметров саней, движущихся в аэродинамической трубе.

Автор указывает на необходимость получения дополнительных данных на других санно-бобслейных трассах во избежание систематических погрешностей, связанных с использованием бобслеистами типичных траекторий движения саней по одной трассе.

Данные по движению саней на поворотах должны помочь в нахождении ответа на вопрос о существовании зависимости между коэффициентом трения и скоростью саней. Поскольку эти параметры применяются для прогнозирования максимальных скоростей на новых санно-бобслейных трассах, то автор выражает надежду, что полученные им новые данные позволят конструкторам с большей точностью прогнозировать максимальные показатели скорости, которые могут достигаться спортсменами на каждой из новых трасс.

Определенные в процессе проведения полевых экспериментов коэффициенты трения примерно в три раза превышают результаты, полученные с помощью использования модели F.A.S.T. 3.2b.

Автором данной диссертации был обсужден ряд не включенных в модель F.A.S.T. факторов, которые могут служить объяснением этой разницы.

Полученные результаты позволяют предположить, что модель F.A.S.T. должна быть подвергнута дальнейшему совершенствованию перед тем, как она сможет быть использована для объяснения особенностей взаимодействия между полозьями боба и льдом.

ГЛАВА 6. ОБОБЩЕНИЕ ПРОВЕДЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Настоящая работа была посвящена рассмотрению трения льда в бобслее – теме, которой в прошлом уделялось мало внимания в научных исследованиях, посвященных данному виду спорта. **Цель работы** состояла в исследовании четырех главных тем:

- 1) Анализ полозьев;
- 2) Анализ льда;
- 3) Компьютерная модель для прогнозирования трения льда;
- 4) Экспериментальные измерения трения льда и аэродинамического сопротивления бобслейных саней.

Анализ полозьев

Несмотря на обращение автора к многочисленным источникам информации в области бобслея, у него возникли значительные сложности в обнаружении сведений о механизмах и факторах, способствующих более быстрому движению полозьев по льду.

Одним из многообещающих методов представлялось копирование профилей полозьев. Автор приспособил для применения в бобслее ручной измеритель изгиба лезвий, применяющийся в конькобежном спорте, и разработал протокол измерения профилей бобслейных полозьев в целях совершенствования количественного анализа данного компонента. Ему удалось оптимизировать половинную ширину измерителя изгиба для применения в конькобежном спорте на длинных (50 мм) и коротких (25 мм) дорожках, хоккее (10 мм) и бобслее (50 мм).

Автор применил модифицированный для использования в бобслее измеритель для составления каталога профилей полозьев для мужского боба-двойки, что позволило ему выполнить анализ целого ряда различных полозьев, применяемых в настоящее время в данном виде спорта. При этом было выявлено, что радиус поперечного сечения у исследуемых полозьев колебался в пределах от 4,0 до 5,5 мм, а показатели изгиба в центре полозьев – от 20 до 50 м.

Автор данной работы использовал полученный каталог полозьев для конструирования набора полозьев для мужского боба-двойки,

предназначенного для использования бобслеистами клуба «Foothills Bobsleigh Club».

Он отмечает, что, если бы его спросили о наиболее важных параметрах, которые должны учитываться при разработке полозьев в будущем, он бы указал, *прежде всего, на необходимость выбора оптимальных параметров для центральной части полоза по сравнению с его краями, которые редко контактируют со льдом*. Он бы также рекомендовал бобслеистам ввести использование измерителя изгибов в повседневную практику ухода за полозьями боба, как это принято среди конькобежцев, контролирующих таким образом нормальное состояние лезвий своих коньков.

Анализ льда

Динамическая твердость льда измерялась для пяти видов поверхности льда на различных спортивных объектах с применением свободного падения инденторов сферической формы (шаров). Автору не удалось выявить различия в твердости льда между исследуемыми ледяными поверхностями.

Данные, полученные на всех пяти поверхностях, были объединены в целях определения функциональной зависимости между твердостью и температурой льда $\bar{P}(T) = ((-0,6 \pm 0,4)T + 14,7 \pm 2,1)$ МПа, где T – температура в градусах Цельсия.

Для оценки твердости льда в Ледовом доме и на Олимпийском Овале применялась также ширина следа, оставленного на льду полозом боба, но при этом использовалось только одна постоянная величина температуры.

Результаты этих измерений согласуются с полученными аналитическими данными, но они отличались меньшей точностью.

При этом автор работы обнаружил, что величина упругого восстановления в проводимых им экспериментах по определению активного контакта со льдом оказалась слишком мала. Это позволяет предположить отсутствие восстановления поверхности льда после скольжения по нему лезвия. Однако исходная версия модели F.A.S.T. 1.0 предусматривала частичное восстановление поверхности льда после движения лезвия. Это побудило автора пересмотреть динамику контакта в данной модели.

Однако недостаточная достоверность данных, полученных в результате применяемого автором данной работы анализа, все еще остается достаточно высокой. Он указывает на необходимость по-

лучения дополнительных результатов, в частности при температурах ниже -10°C , для которых до сих пор было собрано очень малое количество данных.

Он хотел бы также измерить градиент температуры внутри поверхности льда. Тренеры считают, что оптимальная результативность достигается, когда лед является холодным внизу и теплым на поверхности.

Это позволяет предположить, что градиент температуры внутри льда может не иметь линейного характера, который учитывался в модифицированной автором версии модели F.A.S.T. 3.2b.

Модель F.A.S.T.

Автор работы адаптировал применяемую в конькобежном спорте модель алгоритма расчета трения с учетом термогидродинамики лезвий (F.A.S.T.) для определения коэффициента трения между полозьями бобслейных саней и плоской поверхностью льда.

Данная версия модели, разработанная с учетом предположения об абсолютном выравнивании по прямой передних и задних полозьев (F.A.S.T. 3.1b), позволяет прогнозировать наименьший коэффициент трения при наиболее высокой исследуемой температуре поверхности льда (-2°C). *Этот результат противоречит опыту спортсменов и тренеров.*

Другая версия, допускающая незначительное смещение полозьев относительно друг друга (F.A.S.T. 3.2b), позволяет предположить достижение максимальной скорости в диапазоне температур от -10 до -20°C . *Это согласуется с результатами наблюдений спортсменов и тренеров.*

На основании модели F.A.S.T. 3.2b можно сделать вывод, что зависимость силы трения от скорости в бобслее не играет такой важной роли, как в конькобежном спорте [11, 12].

Для плоской поверхности льда применение модели F.A.S.T. 3.2b позволяет прогнозировать более низкий коэффициент трения при применении более плоских полозьев бобслейных саней. *При этом изгиб полоза, очевидно, оказывает большее влияние на коэффициент трения, чем радиус поперечного сечения, при оценивании реальных диапазонов обоих данных параметров.*

Более плоские полозья могут также влиять на эффективность управления санями. Это может служить объяснением того, почему спортсмены предпочитают полозья с меньшим радиусом поперечного сечения на более холодных, а значит и более твердых ледовых поверхностях.

В подобных условиях повышение эффективности управления санями может играть более важную роль, чем снижение коэффициента трения.

В связи с тем, что использование версии модели для плоского льда (F.A.S.T. 3.2b) указывает на то, что более плоские полозья обеспечивают более низкий коэффициент трения, исследование профиля трассы, в частности определение ее минимального радиуса кривизны, может, в конечном счете, способствовать определению оптимального изгиба полозьев, который позволит повысить результативность заезда.

Следующим этапом применения модели F.A.S.T. служит адаптация данной программы к условиям скольжения на поворотах.

Экспериментальные измерения трения льда и аэродинамического сопротивления

Автором исследований были разработаны новые протоколы определения трения льда и аэродинамического сопротивления для применения в области бобслея.

Для измерения ускорения бобслейных саней на прямых участках трассы с постоянным наклоном были установлены радары. Впервые данные протоколы были применены в проводимых в условиях низких скоростей опытах на Олимпийском Овале Калгари и в Ледовом доме Канадского олимпийского парка.

Дальнейшие эксперименты проводились при достижении высоких показателей скорости во время соревнований мужских бобов-двоек на этапе розыгрыша кубка мира по бобслею в Калгари 3 декабря 2011 года. Попытки определения взаимосвязи между коэффициентом трения и скоростью не привели к получению достоверных результатов. Если принять за основу отсутствие данной зависимости, то средний коэффициент трения между полозьями боба и поверхностью льда составил $\bar{\mu} = (5,3 \pm 2,0) \times 10^{-3}$, а эффективная площадь аэродинамического сопротивления — $\overline{C_d}A = 0,54 \pm 0,07$.

Полученный коэффициент трения оказался гораздо ниже, чем в проводимых ранее исследованиях. В прошлом исследователи применяли два типа экспериментов. В экспериментах первого типа они изучали торможение движения саней по плоскому льду при низкой скорости. При этом в посвященных данным исследованиям публикациях не освещались подробности подготовки полозьев, равно как не рассматривалась возможность экстраполяции данных, полученных при низких скоростях, на более высокие показатели скорости.

В экспериментах второго типа сбор данных осуществлялся на всей протяженности санно-бобслейной трассы в целях определения как аэродинамического сопротивления, так и трения льда, которое, однако, связано со значительными трудностями, поскольку неизвестны точные количества сил, затрачиваемые на управление санями на поворотах.

Считается, что рулевое управление вызывает значительное увеличение коэффициента трения. В будущем было бы целесообразно использовать результаты, полученные нами на прямых участках трассы, в сочетании с результатами предыдущих исследований всей трассы для изучения движения саней на поворотах.

Определенная в процессе исследований площадь аэродинамического сопротивления была значительно выше, чем в предшествующих исследованиях. Предыдущие оценки аэродинамического сопротивления для бобов-двоек были основаны на результатах, полученных при применении цифровых моделей и испытаний в аэродинамической трубе. Неудивительно, что у спортсменов, спускающихся вниз по санно-бобслейной трассе, регистрируются худшие аэродинамические показатели по сравнению с соответствующими параметрами, измеряемыми в аэродинамической трубе или рассчитанными с применением компьютерной модели.

При выполнении заезда на трассе присутствуют движения тел спортсменов, вызываемые вибрациями саней, при этом пилот, скорее всего, занимает более высокое положение, поскольку его внимание сосредоточено на определении оптимального курса.

На санно-бобслейной трассе также труднее учитывать воздействие воздушных потоков, вызываемых, например, ветром. Однако главная цель испытаний, проводимых в аэродинамической трубе, и цифрового моделирования состояла не в получении абсолютных величин аэродинамических параметров, а в разработке методов снижения аэродинамического сопротивления в данном виде спорта. *Равным образом, с применением модели F.A.S.T. вряд ли когда-нибудь удастся определить абсолютные величины трения между полозьями и льдом, но она может помочь в выявлении способов снижения сил трения в бобслее.*

Перспективы будущих исследований

Предыдущие четыре раздела содержат целый ряд предложений по продолжению работы над каждой из четырех данных тем исследования.

Еще одним интересным направлением могла бы стать попытка получения данных системы глобального позиционирования (СГП) для движущегося вниз по трассе боба.

Lachapelle et al. [101] разработали систему глобального позиционирования для применения в горнолыжном спорте. Данная система обладает легким весом и необходимым уровнем точности (до сантиметров) для выполнения измерений положения в трехмерном пространстве, скорости и ускорения саней во время их движения вниз по трассе.

В связи с необходимостью установки на сани дополнительного оборудования эти измерения не могут выполняться во время соревнований.

Оптимальная возможность тестирования данной системы представляется во время заездов прогулочных бобов. Они позволяют собрать значительный объем данных (примерно по 10 заездам) в течение одной серии испытаний.

При этом антенна должна быть точно ориентирована на линию прямой видимости на спутники. Солнцезащитные навесы, крыши на поворотах и даже боковые стенки саней могут служить препятствиями, ограничивающими связь со спутниками.

Тем не менее, не исключено, что СГП сможет связываться со множеством спутников, даже находясь на поворотах. Даже система, работающая только на прямых участках трассы, могла бы использоваться в качестве альтернативы проводимым автором измерениям силы трения и обеспечить исследователей данными, относящимися к большей части трассы.

Заключение

Был проведен анализ трения между полозом боба и льдом с применением компьютерных моделей и результатов экспериментальных измерений. Данное исследование способствовало разработке нового инструментального средства, позволяющего спортсменам осуществлять анализ применяемых ими полозьев. По заказу Международной федерация бобслея и тобогана были получены экспериментальные данные по динамике бобслейных саней.

Эти результаты могут быть использованы в будущем при проектировании санно-бобслейных трасс.

Автором были получены дополнительные сведения, позволяющие оптимизировать применяемые в Канаде профили полозьев бобслейных саней, а также поднять ряд вопросов, ответы на которые должны быть найдены при проведении будущих исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cheli F, Braghin F, Donzelli M, Melzi S, Sabbioni E (2011) Multi-body model of a bobsleigh: comparison with experimental data. *Multibody Syst Dyn* 25:185–201. doi:10.1007/s11044-010-9218-7.
2. Gran RJ (2007) Numerical computing with simulink, Volume 1: Creating simulations. SIAM (Society of Industrial and Applied Mathematics). Philadelphia, PA.
3. Braghin F, Cheli F, Melzi S, Sabbioni E (2010) Design and Verification of Bobsleigh Track. In: Proceedings of ASME 2010 10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis (ESDA 2010), Istanbul, Turkey.
4. Braghin F, Cheli F, Melzi S, Sabbioni E (2009) An heuristic skate-ice contact model obtained through finite element simulations. In: Proceedings of the 2nd European conference on Tribology (ECOTRIB 2009), Pisa, Italy.
5. Brender MY (1995) A bobsled dynamic model and its experimental validation. Dissertation, University of California, Davis
6. Gunther M, Kielau G, Maisser P (1994) Simulation von Fahrten gesteuerter Bobschlitten. *J Appl Math Mech-USS* 74:434–435. doi:10.1002/zamm.19940740922.
6. Hubbard M, Kallay M, Joy K, Reus J, Rowhani P (1989) Simulation of vehicle and track performance in the bobsled. Proceedings of the 3rd ASME/ASCE Mechanics Symposium. San Diego, CA.
7. Hubbard M, Kallay M, Rowhani P (1989) Three-dimensional bobsled turning dynamics. *J Appl Biomech* 5:222–237.
8. Kielau G, Maisser P (2003) Nonholonomic multibody dynamics. *Multibody Syst Dyn* 9:213–188. doi:10.1023/a:1022920709192.
9. Hainzmaier C, Mack C, Wolf S, Wintermantel E (2004) Computational mechanics in bobsleigh: Finite element model of runner and ice. In: *The Engineering of Sport* 5. Springer, Berlin, pp 256–262.
10. Itagaki K, Huber NP, Lemieux GE (1989) Dynamic friction of a metal runner on ice. 1. Model Sled Test (Report No. A894112). Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Hanover.
11. Itagaki K, Lemieux GE, Huber NP (1987) Preliminary study of friction between ice and sled runners. *J Phys Paris*, 3:C1-297–C1-301. doi:10.1051/jphyscol:1987142.
12. Kozlov II, Shugai AA (2005) Experimental study of high-speed friction on ice. *J Fluid Dyn* 26:145–147. doi:10.1007/bf01050128.
13. Petrenko VF, Whitworth RW (1999) *Physics of Ice*. Oxford University Press, Oxford.

**СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В БОБСЛЕЕ:
ОБЗОР МАТЕРИАЛОВ ЗАРУБЕЖНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ВЫПУСК 1**

Подписано в печать 25.10.2012. Формат 60x84 ¹/₁₆.
Гарнитура NewtonС. Печать офсетная.
Усл.п.л. 8. Тираж 200. Заказ

ООО «ТВТ Дивизион»
e-mail: sportbooks@mail.ru

Отпечатано в ООО «Типография «САРМА».
г. Подольск, ул. Правды, д.30